Exercices Brevet – Arithmétique Corrigé

Exercice 1 : *Brevet Nouvelle–Calédonie, décembre 2021*

1. **a.** 330 est pair : il n'est donc pas premier (le seul premier pair est 2).

b. $330 = 10 \times 33 = 2 \times 5 \times 3 \times 11 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$.

c. $330 = 2 \times 165$, donc 165 est un diviseur de 330.

d. Justifier que 165 ne divise pas 500. $165 = 15 \times 11 = 3 \times 5 \times 11$, donc 11 divise 165, mais 11 n'est pas un diviseur de 500 (11 n'est pas dans la liste des diviseurs premiers de 500).

2. On a $330 = 165 \times 2$: on peut donc mettre 2 biscuits aux noix dans chacune des 165 boîtes.

3. **a.** On a $500 = 165 \times 3 + 5$: on peut donc mettre 3 biscuits au chocolat dans chaque boîte.

b. Combien de biscuits au chocolat reste-t-il ?

4. Retrancher 5 % c'est multiplier par $1 - \frac{5}{100} = 1 - 0,05 = 0,95$.

À partir de 10 boîtes achetées chaque boîte est donc facturée $3650 \times 0,95$.

Pour 12 boîtes achetées le prix effectivement payé sera :

$12 \times 3650 \times 0,95 = 42610$ (€).

Exercice 2 : *Brevet Centres étrangers, juin 2024*

1. Le circuit 1, c'est quand on enchaîne cinq fois de suite 40 secondes d'exercice et 16 secondes de repos, soit 5 fois $40 + 16 = 56$ secondes.

On a donc bien besoin de : $5 \times 56 = 280$ secondes pour effectuer le circuit 1.

Pour le circuit 2 : même principe, on enchaîne dix fois 30 secondes d'exercice et 5 secondes de repos :

$10 \times (30 + 5) = 10 \times 35 = 350$

Il faut bien 350 secondes pour effectuer le circuit 2.

2. Donnons la décomposition en produit de facteurs premiers de 280 et de 350.

$$\begin{aligned} 280 &= 4 \times 7 \times 10 \\ &= 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 5 \\ &= 2^3 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 350 &= 5 \times 7 \times 10 \\ &= 5 \times 7 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 5^2 \times 7 \end{aligned}$$

3. **a.** Lorsque 2 800 secondes se sont écoulées à partir du coup de sifflet, Camille se trouve de nouveau au départ du circuit 1 car $2800 = 10 \times 280$, donc comme 10 est un nombre entier, cela signifie que Camille a effectué 10 fois le circuit 1 complètement, et n'a pas encore commencé la 11e répétition : Camille est donc à nouveau au départ du circuit 1.

On a : $\frac{2800}{350} = 8$.

Rem. Ou encore $2800 = 7 \times 4 \times 100 = 7 \times 4 \times 10 \times 10 = 7 \times 2^2 \times 2^2 \times 5^2 = 2^4 \times 5^2 \times 7 = 2^3 \times (2 \times 5^2 \times 7) = 8 \times 350$.

Au bout de ces 2 800, Dominique a donc parcouru exactement 8 parcours 2 : elle est donc au départ.

b. Après le coup de sifflet, la première fois où Camille et Dominique se retrouvent en même temps au départ de leur circuit est pour un nombre de secondes qui est le multiple commun à 280 et à 350 le plus petit possible.

Les facteurs premiers de 280 et de 350 sont les mêmes : 2, 5 et 7.

Pour qu'un nombre soit divisible par 280, il faut au moins trois facteurs 2, au moins un facteur 5 et au moins une fois le facteur 7 au moins une fois.

Pour qu'un nombre soit divisible par 350, il faut au moins un facteur 2, au moins deux facteurs 5 et au moins une fois le facteur 7.

En réunissant ces critères, il faut donc $2^3 \times 5^2 \times 7 = 1\,400$ secondes pour que Camille et Dominique se retrouvent pour la première en même temps au départ de leur circuit.

Comme $1\,400 = 1\,200 + 200 = 20 \times 60 + 180 = 20 \times 60 + 3 \times 60 + 20 = 23 \times, 60 + 20$, on a 1 400(s) = 23 (min 20 (s).

(C'est logique : après 2 800 s les deux avaient fait un nombre pair de tours complets, donc en divisant le temps par 2, ils ont encore fait un nombre entier de tours complets chacun, et donc se retrouvent au début du circuit).

Exercice 3 : *Brevet Martinique, juillet 2024*

1. **a.** Anne et Jean ont acheté à eux deux $630 + 810 = 1\,440$ dragées.

   b. Il y a 810 dragées blanches parmi les 1 440 dragées ; la probabilité est donc égale à : $\dfrac{810}{1\,440} = \dfrac{81}{144} = \dfrac{9 \times 9}{9 \times 16} = \dfrac{9}{16} = 0{,}5625$.

2. **a.** On a $\dfrac{630}{21} = \dfrac{9 \times 7 \times 10}{3 \times 7} = 3 \times 10 = 30$ et $\dfrac{810}{21} = \dfrac{3 \times 270}{3 \times 7} = \dfrac{270}{7}$ qui n'est pas un entier : ils ne peuvent réaliser 21 ballotins identiques

   b. $630 = 9 \times 7 \times 10 = 9 \times 7 \times 2 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ et

   $810 = 81 \times 10 = 9 \times 9 \times 2 \times 5 = 2 \times 3^4 \times 5$

   c. Les facteurs communs à 630 et 810 les plus nombreux sont : un facteur 2, deux facteurs 3 et un facteur 5 : autrement dit le plus grand diviseur de 630 et de 810 est le produit $2 \times 3^2 \times 5 = 9 \times 10 = 90$.

   On a $630 = 90 \times 7$ et $810 = 90 \times 9$.

   Conclusion : Anne et Jean pourront faire 90 ballotins identiques de 7 dragées roses et 9 dragées blanches.

Exercice 4 : *Brevet Centres étrangers, juin 2023*

1. On peut faire 3 lots puisque $\dfrac{195}{3} = 65$ et $\dfrac{234}{3} = 78$ donc les 3 lots seront constitués de 65 figurines et 78 autocollants.
2. $195 = 5 \times 39 = 5 \times 3 \times 13 = 3 \times 5 \times 13$.
3. Sachant que la décomposition en produit de facteurs premiers de 234 est $2 \times 3^2 \times 13$:

a. On peut donc diviser 195 et 234 par $3 \times 13 = 39$ au maximum. On pourra donc constituer au maximum 39 lots.

b. Chaque lot sera alors composé de $\dfrac{195}{39} = 5$ figurines et $\dfrac{234}{39} = 6$ autocollants.

Exercice 5 : *Brevet Nouvelle–Calédonie, décembre 2023*

1. a. • De même que $39 = 3 \times 13$, on a $78 = 60+18 = 6\times 10+6\times 3 = 6\times(10+3) = 6\times 13 = 2\times 3\times 13$;

• $51 = 30+21 = 3\times 10+3\times 7 = 3\times(10+7) = 3\times 17$.

b. On a donc $\begin{cases} 39 &= 3\times 13 \\ 78 &= 3\times 26 \\ 51 &= 3\times 17 \end{cases}$

On peut donc faire 3 paniers identiques

c. Il suffit de relever les seconds facteurs de chaque produit pour trouver que chacun des 3 paniers sera composé de 13 salades, 26 carottes et 17 aubergines.

Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

2. a. On a : $\begin{cases} 39 &= 13\times 3 \\ 78 &= 13\times 6 \\ 51 &= 13\times 3+12 \end{cases}$

Chacun des 13 paniers aura 3 salades, 6 carottes et 3 aubergines. Resterons 12 aubergines

b. Avec 1 aubergine de plus on aura $52 = 13\times 4$: chacun des 13 paniers aura 4 aubergines.

3. On écrit les multiples de 13 aux environs de 110 et 125 :

$110 < 117 = 13\times 9 < 125 < 130 = 13\times 10$: le seul multiple de 13 entre 110 et 125 est $117 = 13\times 9$; si l'on récolte 117 tomates on pourra en mettre exactement 9 dans chacun des 13 paniers.

Exercice 6 : *Brevet Centres étrangers, juin 2022*

Pour fêter les 25 ans de sa boutique, un chocolatier souhaite offrir aux premiers clients de la journée une boîte contenant des truffes au chocolat.

1. Il a confectionné 300 truffes : 125 truffes parfumées au café et 175 truffes enrobées de noix de coco. Il souhaite fabriquer ces boîtes de sorte que :

- Le nombre de truffes parfumées au café soit le même dans chaque boîte;
- Le nombre de truffes enrobées de noix de coco soit le même dans chaque boîte;
- Toutes les truffes soient utilisées.

a. $125 = 5\times 5\times 5 = 5^3$ et $175 = 5\times 5\times 7 = 5^2\times 7$

b. On cherche le PGCD de 125 et 175.

125	5	5	5	
175		5	5	7
PGCD		5	5	

Donc le PGCD de 125 et 175 est $5\times 5 = 25$, donc les diviseurs communs de 125 et 175 sont ceux de 25, c'est-à-dire : 1, 5 et 25.

c. Le chocolatier pourra donc réaliser un maximum de 25 boîtes.

d. $\dfrac{125}{25} = 5$ donc il y aura 5 truffes parfumées au café dans chacune des 25 boîtes.

$\dfrac{175}{25} = 7$ donc il y aura 7 truffes enrobées de noix de coco dans chacune des 25 boîtes.

2. Le chocolatier souhaite fabriquer des boîtes contenant 12 truffes. Pour cela, il a le choix entre deux types de boites qui peuvent contenir les 12 truffes, et dont les caractéristiques sont données ci-dessous.

Chacune des 12 truffes est assimilée à une boule de diamètre $1,5$ cm.

À l'intérieur d'une boîte, pour que les truffes ne s'abîment pas pendant le transport, le volume occupé par les truffes doit être supérieur au volume non occupé par les truffes.

Exercice 7 : *Brevet Métropole Antilles-Guyane, juin 2022*

1. **a.** Réponse 3 : $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ et dans les propositions 1 et 2 il y a un 9 et un 21 qui ne sont pas premiers puisque $9 = 3 \times 3$ et $21 = 3 \times 7$

   b. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.
   $156 = 2^2 \times 3 \times 13$.

2. Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est-à-dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre » et le même nombre de cartes « feu » en utilisant toutes ses cartes, le nombre de paquets doit donc diviser à la fois 252 et 156.

   a. 36 ne divise pas 156 puisque $156 = 36 \times 4 + 12$ elle ne peut donc pas faire 36 paquets.

   b. Le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser est le plus grand diviseur commun à 252 et 156. On sait que $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ et que $156 = 2^2 \times 3 \times 13$.
   Le PGCD de 252 et 156 est $2^2 \times 3 = 12$
   Le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser est 12.

   c. $252 \div 12 = 21$ et $156 \div 12 = 13$, il y aura donc 21 cartes « feu »et 13 cartes « terre »dans chaque paquet.