

Trigonométrie

Trigonométrie ?

On appelle trigonométrie (*en du grec trigonoe signifie triangle et métron signifie mesure*), la branche des mathématiques qui fait le lien entre les longueurs des côtés et les angles dans les triangles. Elle étudie aussi le comportement des fonctions dites fonctions trigonométriques : sinus notée (sin), cosinus (cos) et tangente (tan).

L'intérêt pour la trigonométrie remonte à plus de 4.000 ans. Les civilisations qui se sont intéressées à cette branche s'en servaient dans la navigation et l'astronomie et aujourd'hui encore, les principes de la trigonométrie apparaissent dans de nombreux champs des sciences : physique, électricité, mécanique....

I- Calculer des rapports trigonométriques

Propriété et définitions

Dans un triangle ABC rectangle en A, les rapports $\frac{AC}{BC}$, $\frac{AB}{BC}$ et $\frac{AB}{AC}$

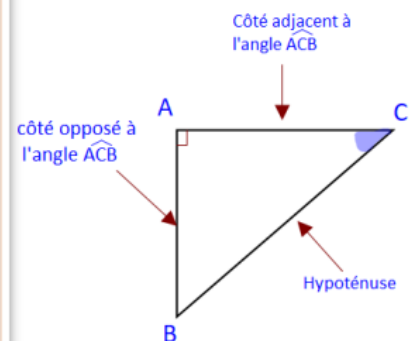
ne dépendent que de la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

Ces rapports sont appelés respectivement appelés cosinus, sinus et tangente de l'angle $\widehat{ACB}$ et notés $\cos \widehat{ACB}$, $\sin \widehat{ACB}$ et $\tan \widehat{ACB}$.

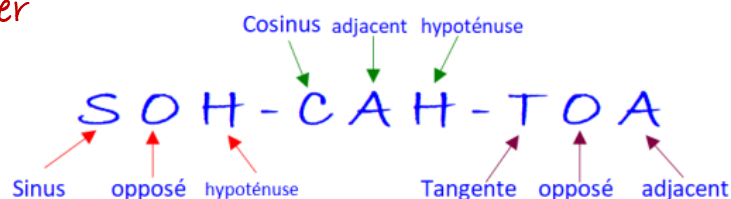
$$\cos \widehat{ACB} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ACB}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{ACB}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{ACB}}{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ACB}} = \frac{AB}{AC}$$



Pour mémoriser



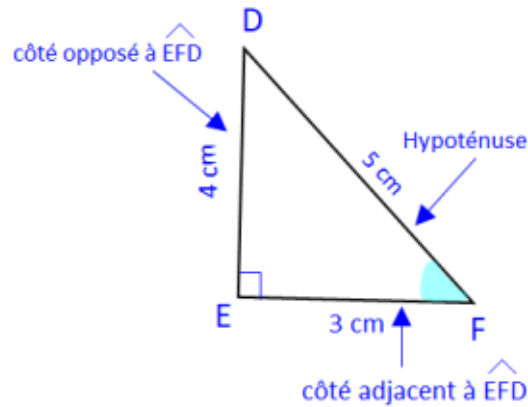
Exemples :

Dans le triangle ABC ci-contre on a :

$$\cos \widehat{EFD} = \frac{EF}{DF} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \widehat{EFD} = \frac{ED}{DF} = \frac{4}{5}$$

$$\tan \widehat{EFD} = \frac{ED}{EF} = \frac{4}{3}$$

Propriétés

- Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont des nombres strictement compris entre 0 et 1.
- La tangente d'un angle aigu est un nombre strictement positif.
- Pour tout angle aigu $\hat{A}$, $(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1$ On note $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1$
- Pour tout angle aigu $\hat{A}$, $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$

Utilisation de la calculatrice

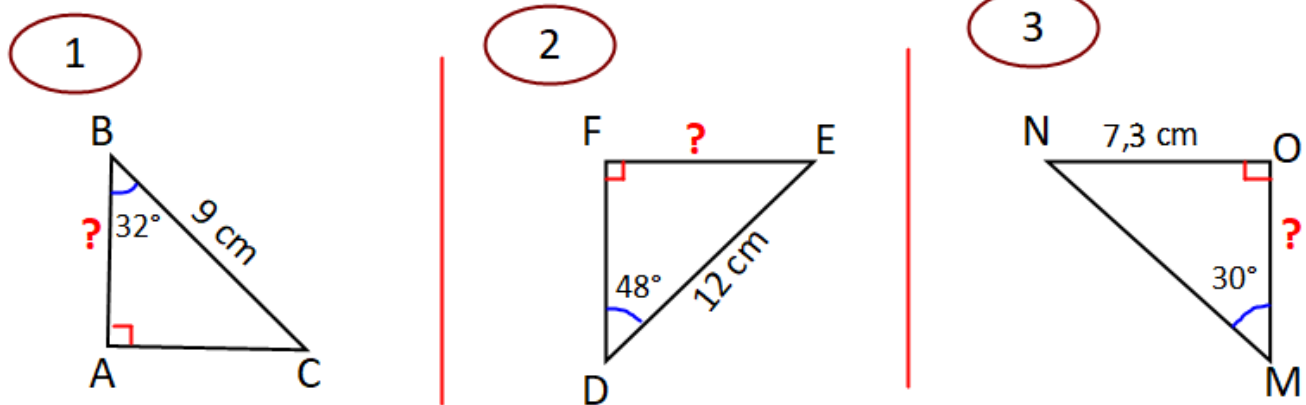
Tout d'abord il faut s'assurer que la calculatrice est en mode degré
Pour calculer le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu,
on utilise les touches :

cos sin tan

II- Utilisation des rapports trigonométriques pour calculer la longueur d'un côté ou la mesure d'un angle

1) Calculer la longueur d'un côté en utilisant les rapports trigonométriques :

Exemples : Calculer les mesures des longueurs manquantes dans chacun des triangles ci-dessous (les figures ne sont pas en vraies grandeurs).



Réponse : Le choix d'application du cosinus, sinus ou tangente d'un angle aigu dépend des données connues.

1

On sait que le triangle ABC est rectangle en A.

On connaît : $\left\{ \begin{array}{l} \text{La mesure d'un angle aigu} \\ \text{La longueur de l'hypoténuse} \end{array} \right.$

On cherche la longueur du côté adjacent à l'angle connu

On utilise le cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$:

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \qquad \cos 32^\circ = \frac{AB}{9} \text{ alors } AB = 9 \times \cos 32^\circ \approx 7,63 \text{ cm}$$

2

On sait que le triangle FED est rectangle en F.

On connaît : $\left\{ \begin{array}{l} \text{La mesure d'un angle aigu} \\ \text{La longueur de l'hypoténuse} \end{array} \right.$

On cherche la longueur du côté opposé à l'angle aigu connu

On utilise le sinus de l'angle $\widehat{EDF}$:

$$\sin \widehat{EDF} = \frac{FE}{ED} \qquad \sin 48^\circ = \frac{FE}{12} \text{ alors } FE = 12 \times \sin 48^\circ \approx 8,9 \text{ cm}$$

3

On sait que le triangle MON est rectangle en O.

On connaît : $\left\{ \begin{array}{l} \text{La mesure d'un angle aigu} \\ \text{La longueur du côté adjacent de l'angle aigu connu} \end{array} \right.$

On cherche la longueur du côté adjacent à l'angle aigu connu

On utilise la tangente de l'angle $\widehat{OMN}$:

$$\tan \widehat{OMN} = \frac{ON}{OM} \quad \tan 30^\circ = \frac{7,3}{OM} \quad \text{alors } OM = \frac{7,3}{\tan 30^\circ} \approx 12,6 \text{ cm}$$

Remarque : Noublions pas que dans certains cas où deux longueurs de cotés sont connues, l'utilisation du théorème de Pythagore est possible aussi.

2) Calculer la mesure d'un angle en utilisant les rapports trigonométriques

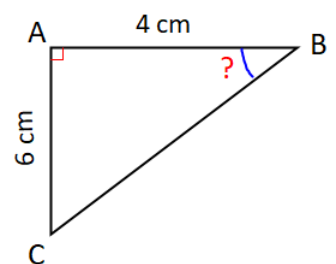
Exemple 1 : On considère le triangle rectangle ci-contre. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

Réponse :

On sait que ABC est un triangle rectangle en A .

On Cherche l'angle $\widehat{ABC}$ et on connaît la longueur se son côté adjacent et celle de son côté opposé.

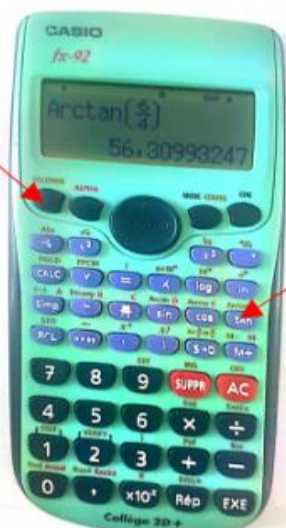
$$\text{On a: } \tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} \quad \tan \widehat{ABC} = \frac{6}{4} \quad \text{alors } \widehat{ABC} \approx 56^\circ$$



① On appuie sur la touche seconde

Dans certaines calculatrices, on pourrait voir affiché sur le cadran les notations suivantes :

$\cos^{-1}, \sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$



② On appuie sur la touche

tan