Angles et parallélisme

I- Utiliser les angles alternes-internes

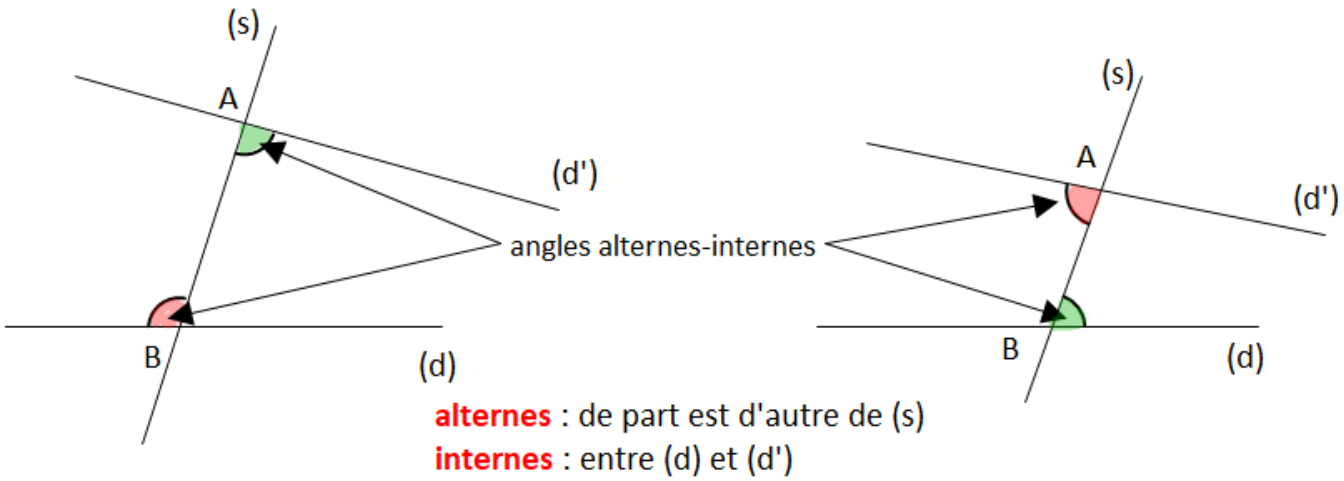
1) Définition

(d) et (d') sont deux droites coupées par une sécante (s) en deux points distincts A et B.

Deux angles sont **alternes-internes** si :

- Ils ont pour sommets A et B
- Ils sont situés de part et d'autre de la droite (s)
- Ils sont entre les droites (d) et (d')

Exemples

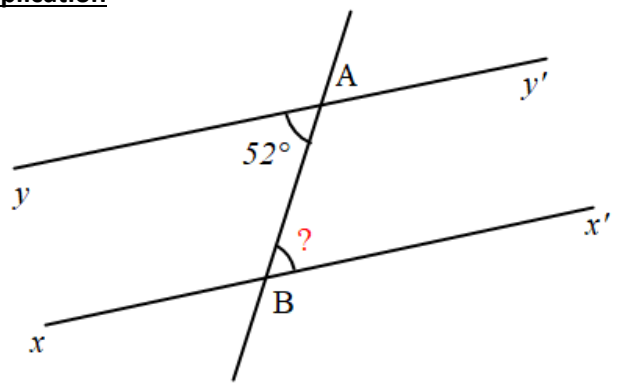


2) Caractérisation angulaire du parallélisme

a) Propriété

Si deux droites coupées par une sécante en deux points distincts sont parallèles alors elles forment des angles alternes internes de même mesure.

Application



Les droites (xx') et (yy') sont parallèles.

Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABx'}$?

© Copyright C. Haddadou

Réponse

On sait que (*xx'*) et (*yy'*) sont deux droites parallèles et $\widehat{yAB}$ et $\widehat{ABx'}$ sont deux angles alternes-internes.

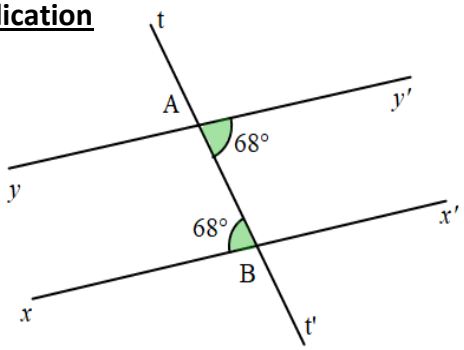
Or deux droites parallèles coupées par une sécante forment deux angles de même mesure.

Conclusion : $\widehat{yAB} = \widehat{ABx'} = 52°$.

b) Propriété réciproque

Si deux droites coupées par une sécante en deux points distincts forment deux angles alternes-internes de même mesure alors ces deux droites sont parallèles.

Application



On considère la figure ci-contre.

Démontrer que les droites (xx') et (yy') sont parallèles.

Réponse

On sait que $\widehat{BAy'} = \widehat{ABx}$ et sont deux angles alternes-internes formés par les droites (*xx'*) et (*yy'*) coupées par la sécante (tt').

Or deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure sont deux droites parallèles.

Conclusion : les droites (*xx'*) et (*yy'*) sont parallèles.

II- Utiliser les angles correspondants

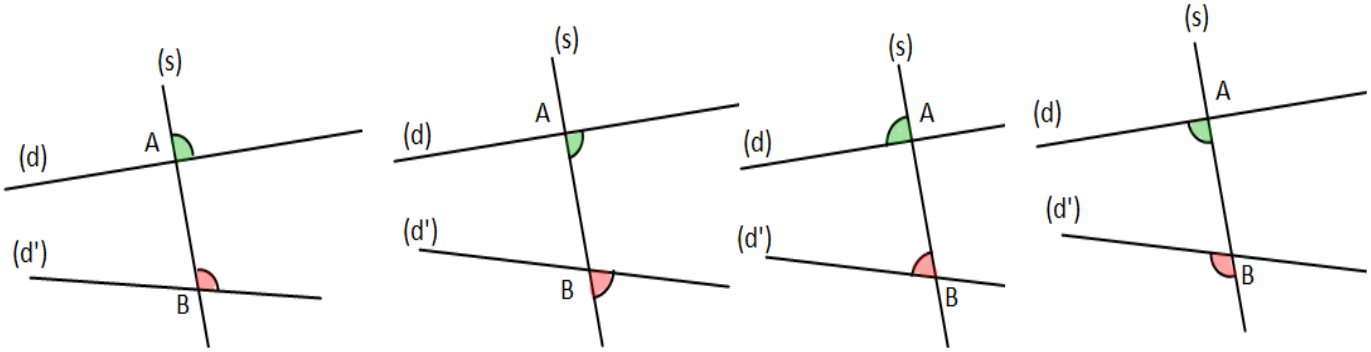
1) Définition

(d) et (d') sont deux droites coupées par une sécante (s) en deux points distincts A et B.

Deux angles sont **correspondants** si :

- Ils ont pour sommets A et B
- Ils sont situés du même côté de la droite (s)
- L'un est entre les droites (d) et (d') et l'autre non

Exemples : Ces droites définissent des paires d'angles correspondants



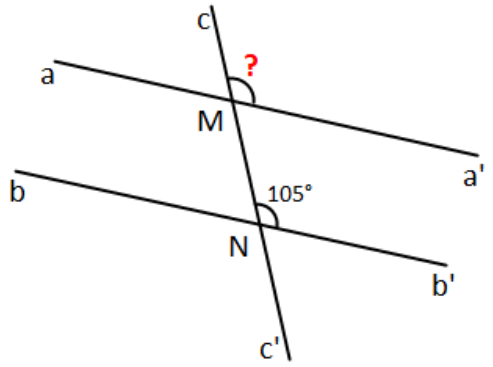
© Copyright C. Haddadou

2) Caractérisation angulaire du parallélisme

a) Propriété

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante en deux points distincts alors les angles correspondants qu'elles forment sont de même mesure.

Application



Les droites (aa') et (bb') sont parallèles.

Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{cMa'}$?

Réponse

On sait que les angles $\widehat{\text{cMa}'}$ et $\widehat{\text{cNb}'}$ sont correspondants formés par les deux droites parallèles (aa') et (bb') coupées par la sécante (cc').

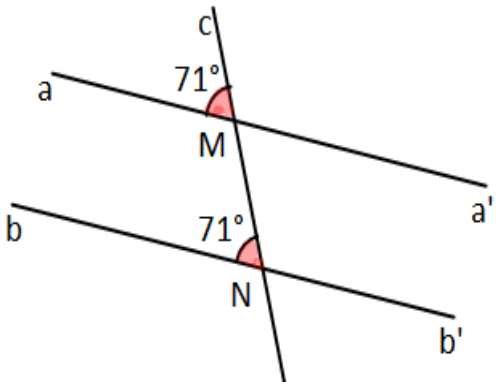
Or deux droites parallèles coupées par une sécante en deux points distincts forment des angles correspondants de même mesure.

Conclusion : $\widehat{\text{cMa}'} = \widehat{\text{cNb}'} = 105°$.

b) Propriété réciproque

Si deux droites coupées par une sécante en deux points distincts forment deux angles correspondants de même mesure alors ces deux droites sont parallèles.

Application



On considère la figure ci-contre.
Démontrer que les droites (aa') et (bb') sont parallèles.

© Copyright C. Haddadou

Réponse

On sait que les angles $a\widehat{M}c$ et $b\widehat{N}c$ sont deux angles de même mesure formés par les deux droites (aa') et (bb') coupées par la sécante (cc').

Or si deux angles correspondants sont de même mesure alors les droites qui les forment avec la sécante sont parallèles.

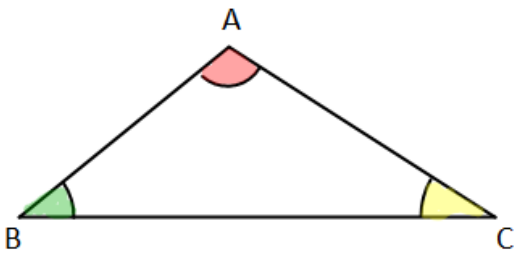
Conclusion : Les droites (aa') et (bb') sont parallèles.

III- Angles dans un triangle

1) Propriété

La somme des mesures des angles dans un triangle est égale à 180°.

Exemple

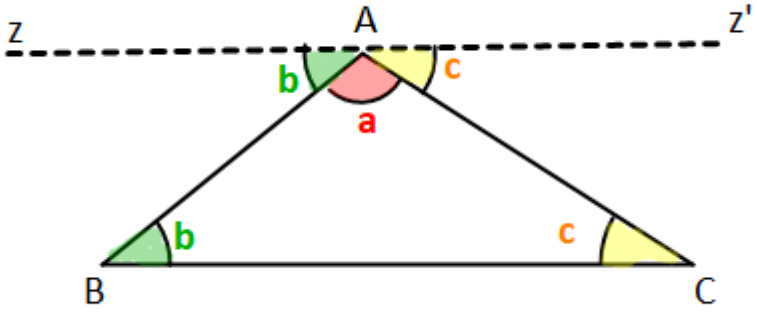


Quel que soit le triangle ABC, on a :

$$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180°$$

2) Démonstration :

On veut démontrer que la somme des mesures des angles du triangle ABC est égale à 180°. On construit la droite (zz') parallèle à (BC) passant par le point A.



On sait que les angles $\widehat{ACB}$ *et* $\widehat{z'AC}$ sont alternes-internes formées par les droites (zz') et (BC) coupées par la sécante (AC). Or (zz') et (BC) sont parallèles alors $\boldsymbol{\widehat{ACB} = \widehat{z'AC} = c.}$

De même les angles $\widehat{zAB}$ *et* $\widehat{ABC}$ sont deux angles alternes-internes formés par les droites (zz') et (BC) coupées par la sécante (AB). Or (BC) et (zz') sont parallèles alors $\boldsymbol{\widehat{zAB} = \widehat{ABC} = b}$.

L'angle $\widehat{zAz'} = 180°$ (angle plat)

$$\boldsymbol{\widehat{zAz'} = b + a + c = \widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180°.}$$

© Copyright C. Haddadou