Fiches exercices fonctions linéaires – Correction

Exercice 1 :

Mettre une croix dans la case qui correspond à la nature de chaque fonction

	Linéaire	Constante	Autre
$f(x) = 3x^2$			X
$g(x) = -\frac{1}{2}x$	X		
$h(x) = 2x + 5$			X
$k(x) = \sqrt{17}$		X	
$m(x) = -2,3x$	X		

Exercice 2 :

On considère la fonction $f(x) = -7x$.

1) Cette fonction est-elle linéaire ? Justifier.
2) Calculer l'image de 3 par la fonction f.
3) Calculer l'image de $\frac{2}{3}$ par la fonction f.
4) Quel nombre a pour image 21 ?
5) Calculer l'antécédent de 6 par la fonction f.

Correction :

1) f *est une fonction linéaire car elle est de la forme* ax *avec* $a = -7$.
2) $f(3) = -7 \times 3 = -21$
3) $f\left(\frac{2}{3}\right) = -7 \times \frac{2}{3} = \frac{-14}{3}$
4) *On cherche* x *tel que* $f(x) = 21$. *Donc on va résoudre l'équation* $-7x = 21$.
$-7x = 21$ *alors* $\frac{-7x}{-7} = \frac{21}{-7}$ *d'où* $x = -3$.
5) *De même on va résoudre l'équation* $-7x = 6$ *pour trouver l'antécédent 6 par* f. *On obtient* $x = \frac{-6}{7}$.

Exercice 3 :

1)

1,1	*2*	3	*6*
0,825	1,5	*2,25*	4,5

2) $1,5 \div 2 = 0,75$.
On multiplie toujours par 0,75 les valeurs de la première ligne pour obtenir celles de la deuxième ligne.
3) Soit x un nombre quelconque, la fonction qui modélise cette situation de proportionnalité est $0,75\,x$.
b) Cette fonction est de la forme ax donc elle est linéaire.

Exercice 4 :

Situation
Prendre 20 % d'une valeur
Augmenter de 12 % une valeur
Diminuer une valeur de 17 %

Fonction
$f : x \mapsto 0{,}2\,x$
$g : x \mapsto 0{,}83\,x$
$h : x \mapsto 1{,}12\,x$

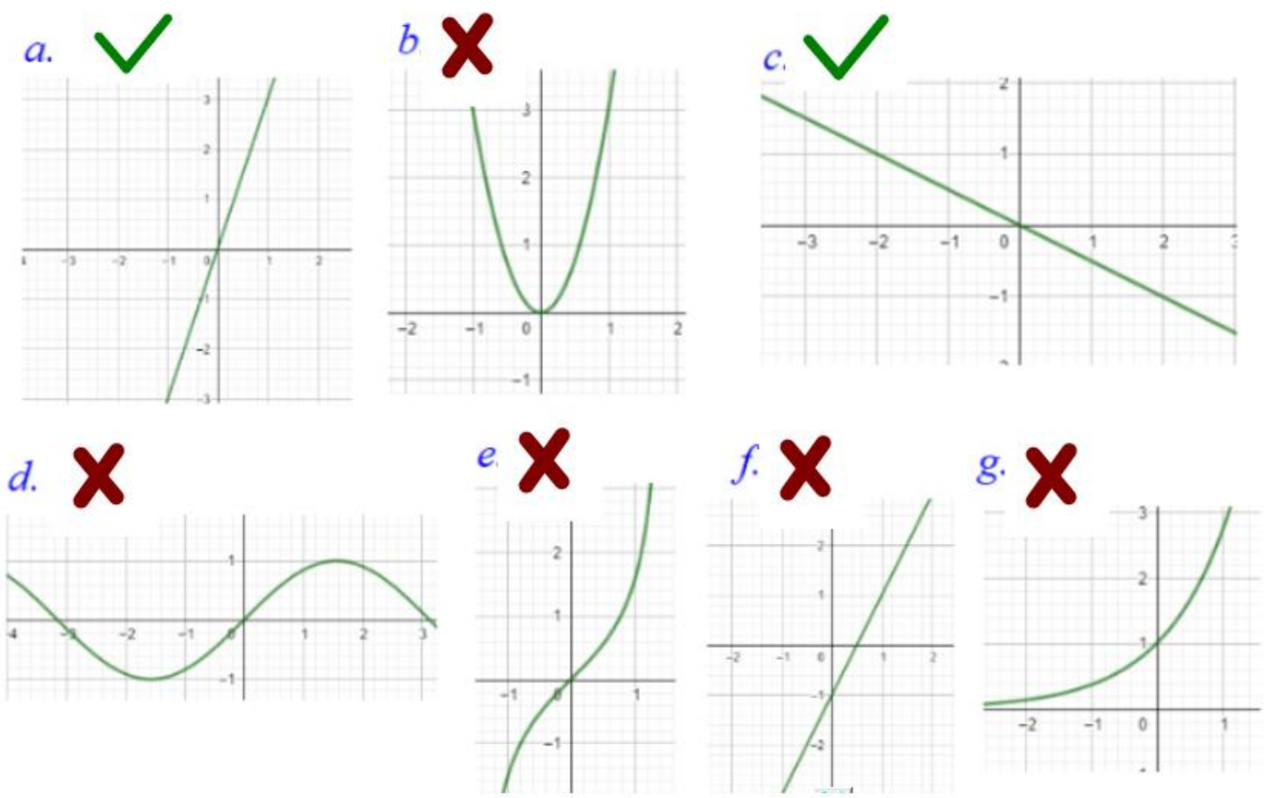
Exercice 5 :

La fonction f telle que $f(x) = 6x$ est une fonction qui modélise le périmètre d'un hexagone régulier.

Exercice 6 :

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.

Parmi les représentations graphiques ci-dessous, quelles sont celles qui représentent une fonction linéaire ?



Exercice 7 :

1) Déterminer la fonction linéaire f telle que $f(4) = 28$.
2) « *Pour représenter graphiquement cette fonction, je n'ai besoin d'effectuer aucun calcul supplémentaire* » dit Johann. A-t-il raison ?
3) Représenter graphiquement la fonction f.

Correction :

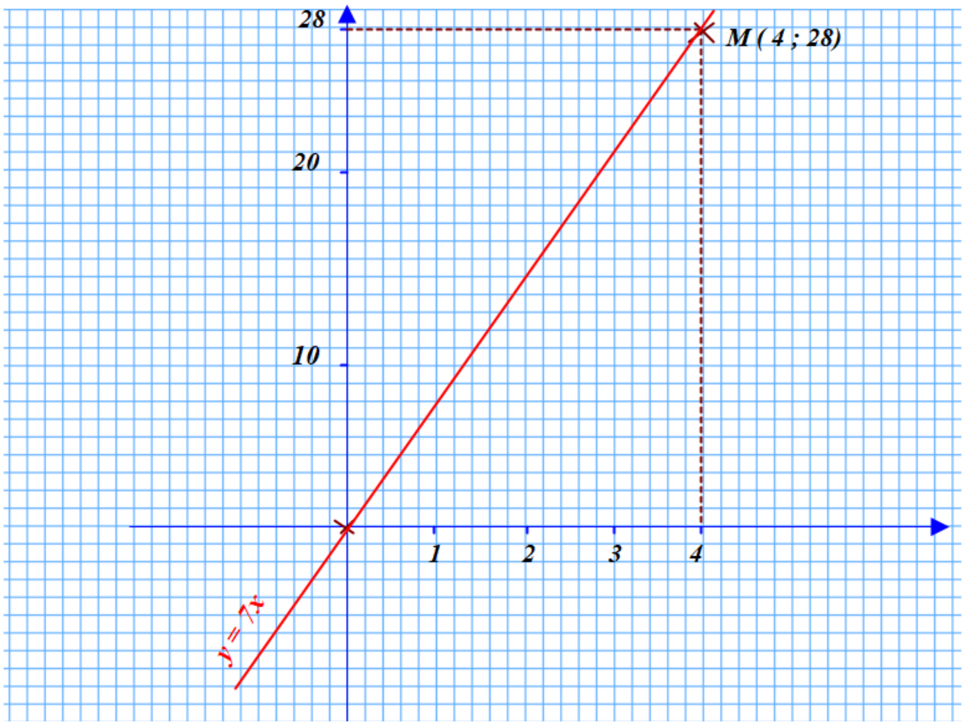
1) f est une fonction linéaire. Pour déterminer son expression algébrique, on calcule son coefficient de linéarité a.

$f(x) = ax$ et on a $f(4) = 28$ donc $a \times 4 = 28$, $4a = 28$ d'où $a = 7$.

Conclusion : $\boldsymbol{f(x) = 7x}$

2) La représentation graphique de f est une droite qui passe par le point $O(0; 0)$ et comme $f(4) = 28$ alors elle passe aussi par le point $M(4; 28)$. On n'a donc pas besoin d'effectuer un calcul supplémentaire pour tracer la courbe de f. Johann a raison.

3)



Exercice 8 :

Dans chaque cas, donner une expression algébrique d'une fonction linéaire f qui modélise la situation, en précisant ce que désigne x et $f(x)$.

a) Une voiture roule à vitesse constante égale à 55 km / h.

b) Au marché, le kilogramme de poires est vendu 2,3 €.

c) Un bureau de change à Paris affiche 1€ = 1,09 $

1) La vitesse étant constante et le véhicule parcourt 55 km en 1 h. Soit x la durée du parcours et $f(x)$ la distance parcourue on a donc $\boldsymbol{f(x) = 55x}$.

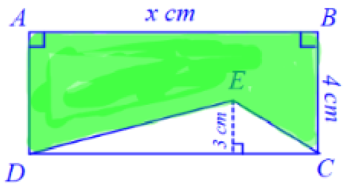
2) Soit x la masse de poire achetée et $f(x)$ le prix exprimé en euros. On a donc $\boldsymbol{f(x) = 2,3x}$.

3) Soit x la somme en $ et $f(x)$ la somme en euros. On peut modéliser cette situation de proportionnalité par la fonction f telle que $\boldsymbol{f(x) = 1,09x}$.

Exercice 9 :

f est la fonction qui, à la longueur x (cm) associe l'aire de la surface colorée (en cm²).

1) Donner l'expression algébrique de f.
2) Prouver que f est une fonction linéaire.
3) Que vaut l'aire de la surface colorée pour si x est égal à 8 cm ?



Correction :

1) On commence par calculer l'aire de la surface colorée qui est égale à la différence de l'aire du rectangle et l'aire du triangle.

L'aire d'un rectangle est égale au produit de sa longueur par sa largeur **($\mathcal{A}$ = L x l)**

$$A_{ABCD} = 4x.$$

$$A_{DEC} = \frac{B \times h}{2} = \frac{3 \times x}{2} = \frac{3}{2}x.$$

$$A_{ABCED} = A_{ABCD} - A_{DEC} = 4x - \frac{3}{2}x = \left(4 - \frac{3}{2}\right)x = \frac{5}{2}x.\ D'où\ f(x) = \frac{5}{2}x$$

2) f est une fonction linéaire car elle est de la forme ax avec $a = \frac{5}{2}$.

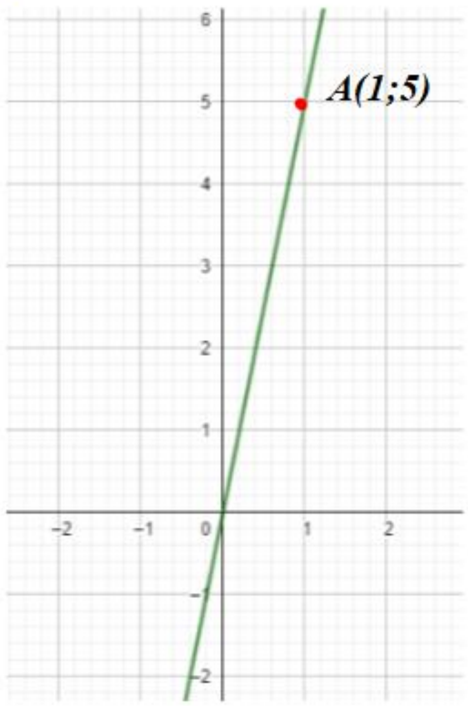
3) Il suffit de calculer ***f(8)*** pour calculer la valeur de l'aire de la surface colorée.

$$f(8) = \frac{5}{2} \times 8 = 20$$

Pour $x = 8\ cm$, l'aire de la surface colorée est égale à 20 cm².

Exercice 10 :

a.



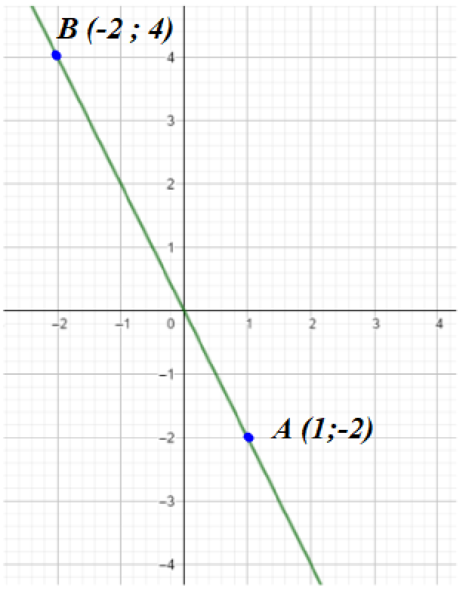
f est une fonction linéaire donc elle est de la forme ax.

On a $f(x) = ax$.

A partir du graphique, la droite (courbe représentative de f) passe par le point A (1 ; 5). On en déduit que $f(1) = 5\ donc\ a = 5$.

Conclusion : $\boldsymbol{f(x) = 5x}$.

b.



On procède de la même manière que l'exemple précédent. On peut voir que la droite passe par le point A(1 ;-2) donc a = -2 d'où $f(x) = -2x$.

Remarque : dans certains cas on ne peut pas lire graphiquement avec certitude l'image de 1 par une fonction.

On peut repérer un autre point avec des coordonnées lisibles et qui appartient à la droite représentative de la fonction.

Ici on peut lire le point B (-2 ;4) . On a donc :

$f(-2) = 4 \; donc \; a \times (-2) = 4 \; d'où \; a = -2$

Exercice 11 :

Les points suivants dont on donne les cordonnées sont-ils situés sur la droite représentant graphiquement la fonction linéaire $g: x \mapsto -\frac{3}{4} x$?

$A\left(1; -\frac{3}{4}\right)$ $B\left(-2; \frac{1}{2}\right)$ $C(\frac{1}{2}; \frac{3}{-8})$

$On \; a \; g(x) = -\frac{3}{4}x, de \; la \; forme \; ax \; avec \; a = -\frac{3}{4}.$

Pour savoir si le point $A\left(1\,; -\frac{3}{4}\right)$ appartient à la droite représentant la fonction g, on vérifie si $g(1) = -\frac{3}{4}$. Ce qui est le cas ici. A appartient bien à la droite représentative de g.

$g(-2) = -\frac{3}{4} \times (-2) = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ $\frac{3}{2} \neq \frac{1}{2}$ alors B n'appartient pas à la droite représentative de g.

$g\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{8}$ alors C appartient à la droite représentative de g.

Exercice 12 :

On considère les deux fonctions linéaires suivantes :

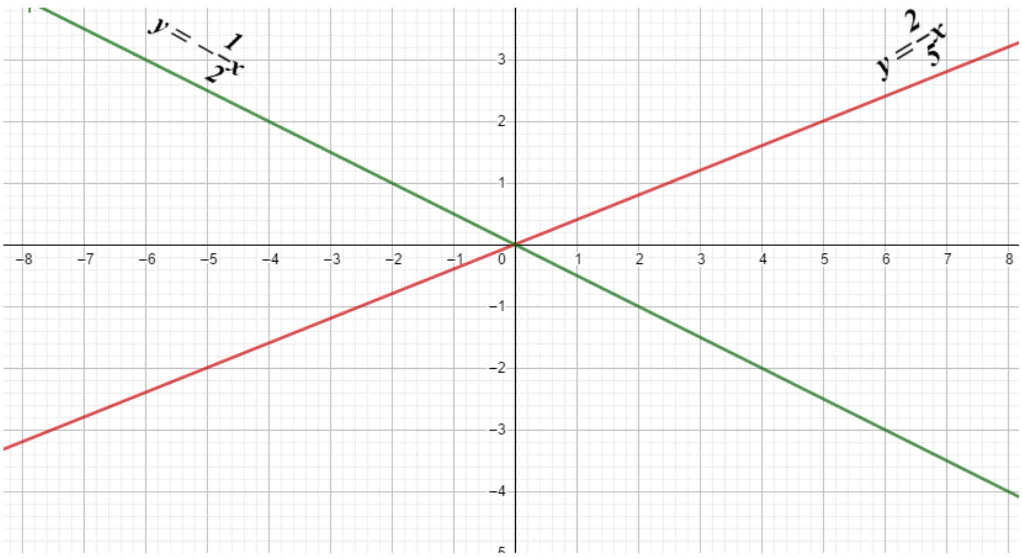
$f(x) = -\frac{1}{2}x$ $g(x) = \frac{2}{5}x$

1) Compléter les tableaux de valeurs ci-dessous.

x	-6	*0*	1
$f(x)$	*3*	0	$-\frac{1}{2}$

x	-5	0	*5*
$g(x)$	**-2**	*0*	2

2)



Exercice 13 : Dire si les fonctions ci-dessous sont des fonctions affines ou pas. Justifier.

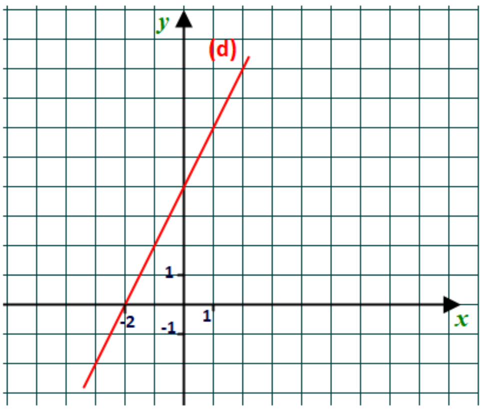
$a\,.\,f(x) = -3x + 5$ $\quad b.\,g(x) = -0{,}5x - 2$ $\quad c.\ k(x) = 7x$

$d.\ m(x) = 2x^2 + 2$ $\quad e.\,l(x) = \frac{1}{3}x$ $\quad f.\,b(x) = 2x^2 + 3x - 1$

$a.\ f\ est\ une\ fonction\ affine\ car\ elle\ est\ de\ la\ forme\ ax + b\ avec\ a = -3\ et\ b = 5.$
$b.\ g\ est\ une\ fonction\ affine\ car\ elle\ est\ de\ la\ forme\ ax + b\ avec\ a = --0{,}5\ et\ b = -2.$
$c.\ k\ est\ une\ fonction\ affine\ car\ elle\ est\ de\ la\ forme\ ax + b\ avec\ a = 7\ et\ b = 0.$
$k\ est\ une\ fonction\ linéaire\ .$
$d.\ m\ n'est\ pas\ une\ fonction\ affine\ car\ elle\ n'est\ pas\ de\ la\ forme\ ax + b\ .$
$e.\ l\ est\ une\ fonction\ affine\ car\ elle\ est\ de\ la\ forme\ ax + b\ avec\ a = \frac{1}{3}\ et\ b = 0.$
$l\ est\ une\ fonction\ linéaire.$
$f.\ b\ n'est\ pas\ une\ fonction\ affine\ car\ elle\ n'est\ pas\ de\ la\ forme\ ax + b\ .$

Exercice 14 :

1) Quelle est la nature de la fonction *f* représentée ci-contre par la droite (d) ? La représentation graphique de la fonction *f* est une droite alors f est une fonction affine.



2) Compléter le tableau ci-dessous :

x	-1	0	1	-3
f(x)	2	4	6	-2

3) Quel est l'ordonnée à l'origine de la fonction *f* ?
$f(0) = 4.\ L'ordonnée\ à\ l'origine\ de\ la\ fonction\ f\ est\ égal\ à\ 4.$

4) Déterminer une expression algébrique de la fonction *f*.

f est une fonction affine donc elle est de la forme *ax+b avec b* égal à *4*.

On cherche *a* tel que *f(x) = ax + 4*. On peut utiliser les coordonnées d'un point appartenant à (d) pour trouver *a*.

On sait que $f(1) = 6\ alors\ a \times 1 + 4 = 6\ donc\ a + 4 = 6\ d'où\ a = 6 - 4 = 2.$

Conclusion : une expression algébrique de *f* est *2x+4*.

Exercice 15 :

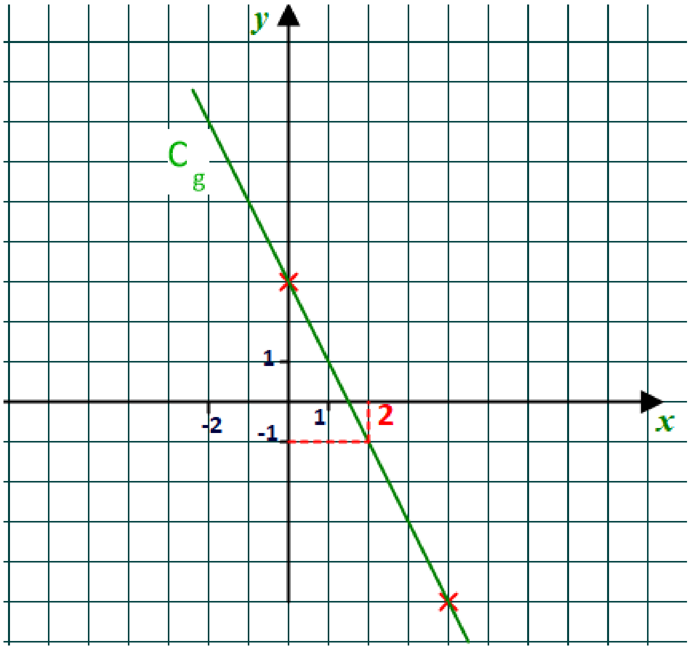
G est la fonction définie par $g(x) = -2x + 3$.

1) Calculer $g(0)$ et $g(4)$.

$g(0) = -2 \times 0 + 3 = 3$ $\quad$ $g(4) = -2 \times 4 + 3 = -8 + 3 = -5$

2) Représenter la fonction g dans un repère.

La représentation graphique de la fonction g est une droite. Les points de coordonnées (0 ;3) et (4 ;5) appartiennent à cette droite. On peut tracer la droite qui passe par ces deux points.



3) a) Déterminer graphiquement l'antécédent de -1 par la fonction *g*.

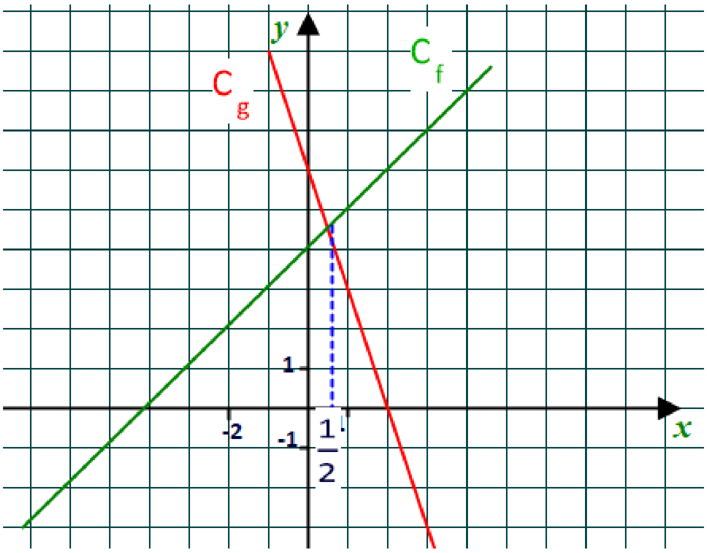
Par le graphique : 2 est l'antécédent de -1 par la fonction *g*.

b) Retrouver ce résultat par le calcul.

On cherche x tel que $g(x) = -1.$ $On\ va\ résoudre\ l'équation - 2x + 3 = -1$

$$-2x + 3 = -1 \ signifie - 2x = -1 - 3 \ \ signifie - 2x = -4 \ signifie \ x = \frac{-4}{-2} = 2$$

Exercice 15 : C_f et C_g sont les représentations graphiques respectives des fonctions *f* et *g*.



1) Donner une expression algébrique de chacune des fonctions f et g.

L'ordonnée à l'origine de la droite représentative de la fonction f est égal à **4**.

$$f(x) = ax + 4 \; avec \; a \; le \; coefficient \; directeur \; de \; la \; droite.$$

On repère un point dont les coordonnées sont bien lisibles dans le repère. Exemple le point de coordonnées (2 ;6)

$$f(2) = 6 \; donc \; a \times 2 + 4 = 6 \; sig \; 2a = 6 - 4 \;\; sig \; 2a = 2 \; sig \; \boldsymbol{a} = \mathbf{1}$$

On obtient donc $\boldsymbol{f(x) = x + 4}$

L'ordonnée à l'origine de la droite représentative de la fonction g est égal à **6**.

$$g(x) = ax + 6 \; avec \; a \; le \; coefficient \; directeur \; de \; la \; droite.$$

On repère un point dont les coordonnées sont bien lisibles dans le repère. Exemple le point de coordonnées (2 ;0)

$$g(2) = 0 \; donc \; a \times 2 + 6 = 0 \; sig \; 2a = 0 - 6 \;\; sig \; 2a = -6 \; sig \; \boldsymbol{a} = \mathbf{-3}$$

On obtient donc $\boldsymbol{g(x) = -3x + 6}$

2) a) Déterminer graphiquement l'abscisse du point d'intersection des deux droites.

b) Retrouver cette abscisse par le calcul.

On cherche x tel que $f(x) = g(x). \; On \; resout \; cette \; équation.$

$$x + 4 = -3x + 6 \; sig \; x + 3x = 6 - 4 \; sig \; 4x = 2 \; sig \; x = \frac{1}{2}$$

Conclusion : le point d'intersection des deux droites a pour abscisse $\frac{1}{2}$.