

Transformations dans le plan

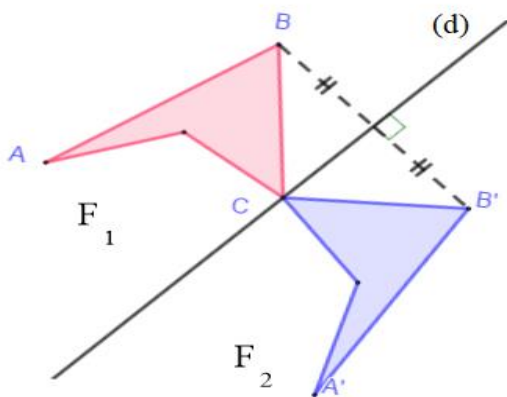
I- Symétries

1) Symétrie axiale

Définition

Soit (d) une droite.

- Si un point A n'appartient pas à la droite (d) alors son symétrique par rapport à la droite (d) est le point A' tel que (d) est la médiatrice du segment $[AA']$.
- Si un point A appartient à la droite (d) alors son symétrique par rapport à la droite (d) est lui-même.



B et B' sont symétriques par rapport à la droite (d) signifie que :

- (d) est perpendiculaire à $[BB']$
- (d) passe par le milieu de $[BB']$
- C appartient à (d) , son image est donc le point C lui-même.

Propriété

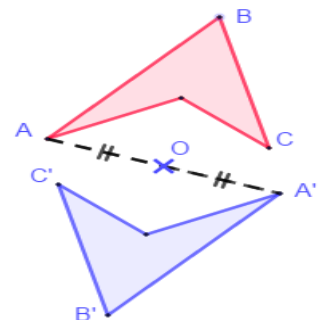
Deux figures symétriques par rapport à une droite (d) sont superposables : elles se superposent en pliant le long la droite (d) .

2) Symétrie centrale

Définition

Soit O un point.

- Le symétrique par rapport au point O d'un point M distinct de O est le point M' tel que O est le milieu du segment $[MM']$.
- Le symétrique du point O par rapport au point O est lui-même.



Propriété :

Deux figures sont symétriques par rapport à un point O sont superposables : elles se superposent par un demi-tour autour du point O .

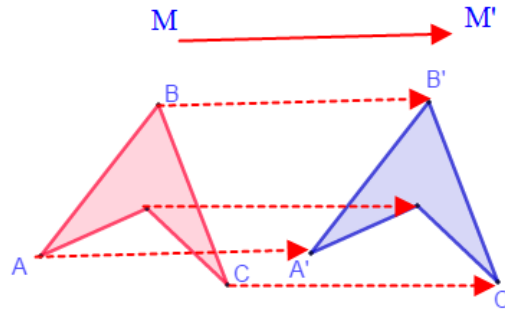
A et A' sont symétriques par rapport au point O signifie que :

- A , O et A' sont alignés,
- $OA = OA'$.

II- Translation

Définition

Transformer une figure par translation, c'est la faire glisser selon **une direction**, **un sens** et **une longueur**.
Sur une figure, on peut schématiser ce glissement par des flèches, appelées vecteurs.



On dit que la figure F_2 est l'image de la figure F_1 par la **translation** qui transforme M en M' ou de vecteur $\overrightarrow{MM'}$.

Propriété

Les symétries et les translations conservent les alignements, les mesures des angles, les longueurs et les aires.

III- Rotation

Définition

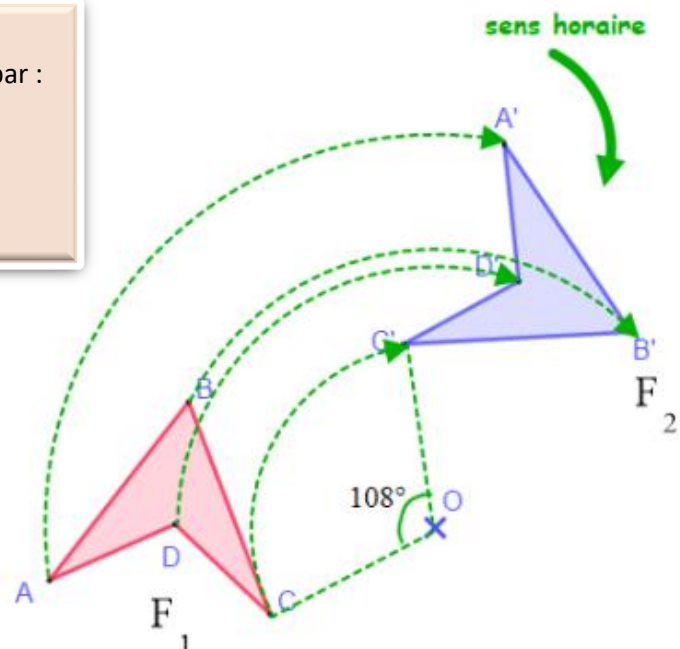
Transformer une figure par rotation, c'est la faire tourner autour d'un point. Une rotation est définie par :

- Un centre
- Un angle de rotation
- Un sens horaire ou antihoraire

Exemple : La figure F_2 est obtenue en faisant tourner la figure F_1 autour du point O d'un angle de 108° dans le sens horaire.

Les points A', B', C', D', E' et F' sont les images respectifs de A, B, C, D, E et F par la rotation de centre O et d'angle 104° dans le sens horaire.

On dit F_2 est l'image de F_1 par la rotation de centre O et d'angle 108° dans le sens horaire.



Propriété

La rotation conserve les alignements, les mesures des angles, les longueurs et les aires.

IV- Homothétie :

Définition

Soit O un point. Transformer une figure par une homothétie de centre O, c'est la réduire ou l'agrandir en faisant glisser ses points le long de droites passant par O.

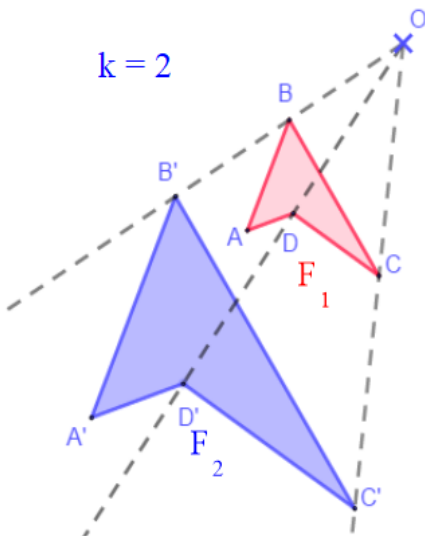
Une homothétie est définie par un centre et un rapport k non nul.

Exemple 1 : Homothétie de rapport positif

Les deux figures sont du même côté par rapport au point O

$k > 1$

$k = 2$

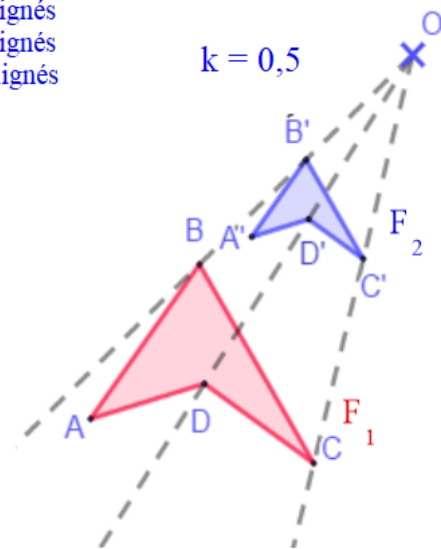


F_2 est un agrandissement de F_1 de rapport 2. Toutes les longueurs de F_2 sont donc multipliées par 2.

Les points O, B et B' sont alignés
Les points O, A et A' sont alignés
Les points O, C et C' sont alignés
Les points O, D et D' sont alignés

$0 < k < 1$

$k = 0,5$



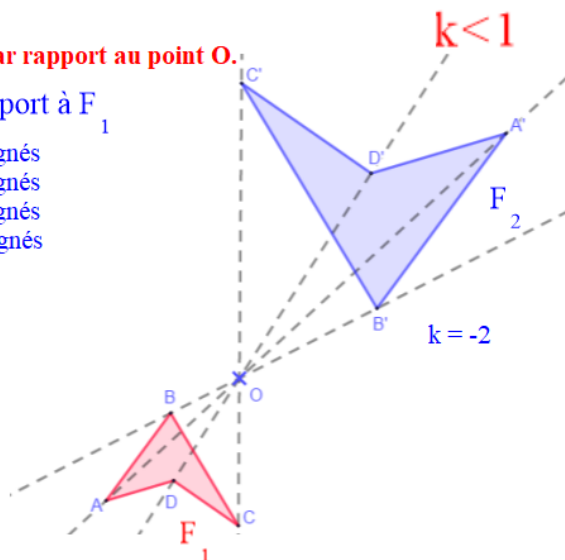
F_2 est une réduction de F_1 de rapport 0,5. Toutes les longueurs de F_2 sont donc multipliées par 0,5.

Exemple 2 : Homothétie de rapport négatif

Les deux figures ne sont pas du même côté par rapport au point O.

La figure F_2 est retournée par rapport à F_1

Les points O, B et B' sont alignés
Les points O, A et A' sont alignés
Les points O, C et C' sont alignés
Les points O, D et D' sont alignés



Remarque : L'homothétie de rapport -1 de centre O est la symétrie centrale de centre O.

V- Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les aires et les volumes**Propriété**

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

- L'aire est multipliée par k^2
- Le volume d'un solide est multiplié par k^3 .

Exemple :