Correction - Divisibilité**Exercice 1 :** Effectuer les divisions euclidiennes de :

a) 65 par 4

$$\begin{array}{r|l} 65 & 4 \\ \hline 4 & 16 \\ \hline 25 & \\ \hline -24 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

b) 328 par 7

$$\begin{array}{r|l} 328 & 7 \\ \hline 28 & 46 \\ \hline 48 & \\ \hline 6 & \end{array}$$

c) 218 par 19

$$\begin{array}{r|l} 218 & 19 \\ \hline 19 & 11 \\ \hline 28 & \\ \hline -19 & \\ \hline 9 & \end{array}$$

d) 1 021 par 25

$$\begin{array}{r|l} 1\ 021 & 25 \\ \hline 100 & 40 \\ \hline 21 & \\ \hline -0 & \\ \hline 21 & \end{array}$$

Exercice 2 : Les égalités ci-dessous traduisent-elles des divisions euclidiennes ? Si oui, déterminer toutes les possibilités en précisant le dividende, le diviseur, le quotient et le reste.

a) $186 = 26 \times 7 + 4$

Cette égalité peut désigner la division euclidienne de 186 par 26 (186 est le dividende, 26 le diviseur, 7 le quotient et 4 le reste).

Elle peut aussi désigner la division euclidienne de 186 par 7 (186 est le dividende, 7 le diviseur, 26 le quotient et 4 le reste).

b) $408 = 32 \times 12 + 24$

Cette égalité désigne la division euclidienne de 408 par 32 (408 le dividende, 32 le diviseur, 12 le quotient et 24 le reste).

Elle ne peut pas désigner la division euclidienne de 408 par 12 car 24 (le reste) est supérieur à 12 (diviseur).

c) $391 = 17 \times 21 + 34$

$34 > 17$ et $34 > 21$ Cette égalité ne peut pas désigner une division euclidienne.

Exercice 3 :

1) Dans une division euclidienne, 7 est le diviseur, 29 est le quotient et 2 est le reste. Quel est le dividende ?

$$7 \times 29 + 2 = 205$$

2) On effectue la division euclidienne de 94 par un nombre. Le quotient est 15 et le reste est 4. Quel est le diviseur ?

$$94 - 4 = 90. \quad 15 \times 6 = 90. \quad \text{Le diviseur est } 6. \quad 6 \times 15 + 4 = 94.$$

Exercice 4 : Compléter les phrases suivantes par "diviseur" ou par "multiple" :

64 est un **multiple** de 8.

18 est un **multiple** de 6.

25 est un **diviseur** de 75.

1 est un **diviseur** de 1 530.

9 est un **diviseur** de 1 881.

Exercice 10 : Répondre par vrai ou faux. Justifier.

1) 1 est un nombre premier.

1 n'est pas un nombre premier car il n'a qu'un seul diviseur : lui-même. **Faux**

2) 21 est un nombre premier.

21 est divisible par 3 alors il n'est pas un nombre premier. **Faux**

3) 19 est un nombre premier.

19 admet que deux diviseurs : 1 et lui-même. 19 est donc un nombre premier. **Vrai**

4) 138 n'est pas un nombre premier.

138 est un nombre pair (divisible par 2) alors il n'est pas premier. **Faux**

5) 30 est un nombre premier.

30 est divisible par 10 alors il n'est pas premier. **Faux.**

6) 0 est un nombre premier.

0 a une infinité de diviseurs alors il n'est pas premier. **Faux**

7) Tous les nombres premiers sont impairs.

2 est un nombre pair et un nombre premier. **Faux**

8) Tous les nombres impairs sont premiers.

9 est un nombre impair mais il n'est pas premier. **Faux.****Exercice 11 :**

$$\begin{array}{r|l}
 48 & 2 \\
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 48 = 2 \times 24 \\
 = 2 \times 2 \times 12 \\
 = 2 \times 2 \times 2 \times 6 \\
 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3
 \end{array}$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\begin{array}{r|l}
 162 & 2 \\
 81 & 3 \\
 27 & 3 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 162 = 2 \times 81 \\
 = 2 \times 3 \times 27 \\
 = 2 \times 3 \times 3 \times 9 \\
 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3
 \end{array}$$

$$162 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\begin{array}{r|l}
 252 & 2 \\
 126 & 2 \\
 63 & 3 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 252 = 2 \times 126 \\
 = 2 \times 2 \times 63 \\
 = 2 \times 2 \times 3 \times 21 \\
 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7
 \end{array}$$

$$252 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

$$\begin{array}{r|l}
 540 & 2 \\
 270 & 2 \\
 135 & 3 \\
 45 & 3 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 540 = 2 \times 270 \\
 = 2 \times 2 \times 135 \\
 = 2 \times 2 \times 3 \times 45 \\
 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 15 \\
 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5
 \end{array}$$

$$540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$\begin{array}{r|l}
 1\,155 & 3 \\
 385 & 5 \\
 77 & 7 \\
 11 & 11 \\
 1 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 1\,155 = 3 \times 385 \\
 = 3 \times 5 \times 77 \\
 = 3 \times 5 \times 7 \times 11
 \end{array}$$

$$1\,155 = 3 \times 5 \times 7 \times 11$$

4) Pour son anniversaire, Léa a acheté 36 bonbons à la fraise et 60 bonbons au caramel. Elle veut constituer des paquets de bonbons identiques avec le même nombre de bonbons de chaque goût. Elle doit distribuer tous les bonbons.

a) Quel est le nombre maximum de paquets que Léa peut constituer ?

Léa peut constituer 12 paquets identiques au maximum car 12 est le plus grand diviseur commun de 36 et 60.

b) Quelle est la composition de chaque paquet ?

$$36 = 12 \times 3 \quad 60 = 12 \times 5$$

Chaque paquet contient 3 bonbons à la fraise et 5 bonbons au caramel.

Exercice 15 :

1) Décomposer 144 et 252 en produits de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

2) Vérifier que 36 est le plus grand diviseur commun de 144 et 252.

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36 \quad 36 \text{ est le plus grand diviseur commun de 144 et 252.}$$

$$252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

3) Une association organise une compétition sportive ; 144 filles et 252 garçons se sont inscrits. L'association désire répartir les inscrits en équipes mixtes. Le nombre de filles doit être le même dans chaque équipe, le nombre de garçons doit être le même dans chaque équipe. Tous les inscrits doivent être dans une des équipes.

a) Quel est le nombre maximum d'équipes que cette association peut former ?

L'association peut former au maximum 36 équipes car le plus grand diviseur commun de 144 et 252 est 36.

b) Quelle est alors la composition de chaque équipe ?

$$144 = 36 \times 4 \quad \text{et} \quad 252 = 36 \times 7 \quad \text{chaque équipe est donc constituée de 4 filles et 7 garçons.}$$