

Statistiques

I- Rappel

Définitions

Quand on mène une **enquête** statistique, on récolte **des données** auprès d'**une population**.

Les données étudiées concernent un **caractère** de la population.

Ce caractère peut être **quantitatif** (on peut le mesurer) ou **qualitatif** (il ne se mesure pas). Le nombre de données de la série est l'effectif

Effectifs et fréquence

L'effectif d'une valeur dans une série statistique est le nombre de fois où cette valeur apparaît. Ce sont les données de la valeur.

La fréquence d'une valeur est le quotient de son effectif par le nombre total de données.

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif de la valeur}}{\text{Effectif total}}$$

La fréquence d'une valeur peut être exprimée en fraction, écriture décimale ou le plus souvent en pourcentage.

Exemple :

Marie a lancé 20 fois un dé. Elle a noté les nombres qui sont sortis.

2 ; 4 ; 5 ; 2 ; 4 ; 1 ; 6 ; 3 ; 2 ; 4 ;
2 ; 1 ; 4 ; 5 ; 6 ; 3 ; 2 ; 1 ; 2 ; 4 ;

Quelle est la fréquence de l'apparition de la face 2 ?

L'effectif de la valeur 2 est 6 (6 données)

La fréquence du 2 est : $\frac{6}{20} = 0,3$.

$0,3 \times 100 = 30$. Le pourcentage de l'apparition de la face 2 est de 30%

II- Moyenne

1) Moyenne d'une série

Définition :

La moyenne d'une série est donnée par la formule suivante :
$$\frac{\text{Somme de toutes les données}}{\text{Nombre total de données}}$$

Exemple :

Marie a obtenu les notes ci-dessous. Quelle moyenne obtient-elle ?

Notes : 11,5 ; 12 ; 14 ; 10,5 ; 7 ; 11 ; 8,5 ; 20.

$$\text{Moyenne} = \frac{11,5 + 12 + 14 + 10,5 + 7 + 11 + 8,5 + 20}{8} = 11,8125$$

2) Moyenne pondérée**Définition**

La moyenne pondérée d'une série est donnée par la formule suivante :

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{Somme des produits de chaque valeur par son effectif}}{\text{Effectif total}}$$

Exemple 1 : Le tableau ci-dessous présente la répartition des notes d'une classe. Quelle est la moyenne générale de la classe ?

Notes	8	10	12	15
Effectifs	2	4	3	1

La moyenne M des notes du tableau ci-dessus est donnée par :

$$M = \frac{8 \times 2 + 10 \times 4 + 12 \times 3 + 15 \times 1}{2 + 4 + 3 + 1} = 10,7$$

La moyenne générale de la classe est égale à 10,7.

Exemple 2 :

Si les valeurs sont regroupées par classe, on commence par calculer le centre de chaque classe.

Voici la répartition des salaires 120 salariés d'une entreprise.

Salaire	$1\ 000 \leq s < 1\ 200$	$1\ 200 \leq s < 1\ 400$	$1\ 400 \leq s < 1\ 600$	$1\ 600 \leq s < 1\ 800$	$1\ 800 \leq s < 2\ 000$
Centre	1 100	1 300	1 500	1 700	1 900
Effectif	36	12	27	40	5

$$M = \frac{36 \times 1\ 100 + 12 \times 1\ 300 + 27 \times 1\ 500 + 40 \times 1\ 700 + 5 \times 1\ 900}{120} \approx 1\ 443,3$$

III- Etendue

Définition

On appelle étendue d'une série statistique la différence entre la plus grande valeur de la série et la plus petite.

Exemple :

Voici une série de masses exprimées en kilogrammes, calculer son étendue :

26 ; 33 ; 17 ; 21 ; 113 ; 12 ; 78 ; 93 ; 72 ; 10.

$$\text{Etendue} = V_{\max} - V_{\min}$$

$$= 113 \text{ kg} - 10 \text{ kg}$$

$$= 103 \text{ kg}$$

L'étendue de cette série est égale à 103 kg.

Remarque : L'étendue est une mesure de dispersion des valeurs : plus l'étendue est grande, plus les valeurs sont dispersées.

IV- Médiane

Définition

La médiane d'une série statistique est la valeur qui partage la population étudiée en deux sous-groupes de même effectif, chacun tels que :

- Tous les éléments du premier groupe ont des valeurs inférieures ou égales à la médiane
- Tous les éléments du deuxième groupe ont des valeurs supérieures ou égales à la médiane

Il y a donc autant de données supérieures à la médiane que de données inférieures.

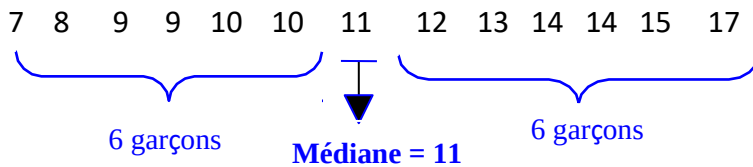
Autrement dit : dans une série, il y a au moins 50 % des données inférieures ou égales à la médiane, et au moins 50 % des données supérieures ou égales à la médiane.

Attention :

- La médiane n'est pas toujours une valeur de la série !
- Avant de chercher la valeur de la médiane, il faut commencer par ranger la série dans un ordre croissant ou décroissant.

Exemple : Un professeur a classé par ordre croissant les âges des 13 garçons et des 14 filles d'une classe.

Garçons :



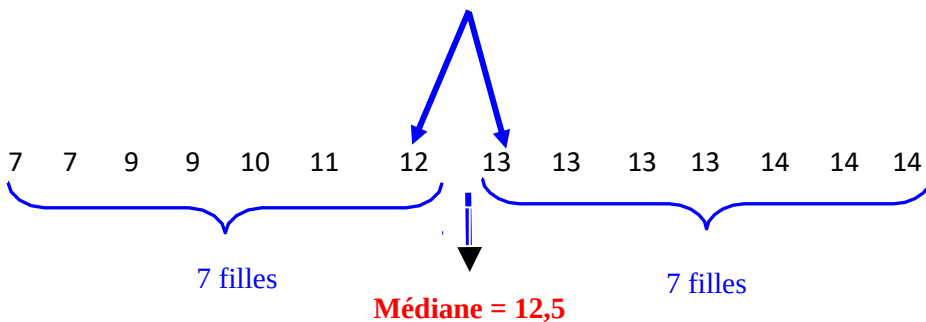
Interprétation :

- Il y a autant de garçons qui ont moins de 11 ans que de garçons qui en ont plus de 11ans.
- Au moins 50% des garçons ont un âge inférieur ou égal à 11 ans.

Filles :

Médiane comprise entre la 7^{ème} et 8^{ème} donnée

On peut calculer la moyenne des deux soit : $M = \frac{12+13}{2} = 12,5$



Interprétation :

- Il y a autant de filles qui ont moins de 12 ans et demi que de filles qui en ont plus de 12 ans et demi.
- Au moins 50% des filles ont un âge inférieur ou égal à 12 ans et demi.