

Calcul littéral

I- Rappel

1- Définition

Une expression littérale est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

Exemples

$$A = 2x^2 + 5x - 1$$

$$B = 3x(4 - x)$$

$$C = (2x - 1)(x + 5)$$

Sont des expressions littérales

2- Calculer une expression littérale pour une valeur donnée

Méthode

Pour utiliser une expression littérale avec certaines valeurs, on remplace toutes les lettres dans l'expression littérale par leurs valeurs.

Exemple 1 On veut calculer l'expression $A = 2 \times x + 5$ pour $x = 3$. On remplace x par 3 dans l'expression.

$$\text{Pour } x = 3, A = 2 \times 3 + 5$$

$$= 6 + 5$$

$$= 11$$

Exemple 2 On considère le rectangle ABCD ci-dessous. Calculer l'aire de ce rectangle pour $x = 4$ et $y = 2$.

L'expression en fonction de x et y qui donne l'aire du rectangle

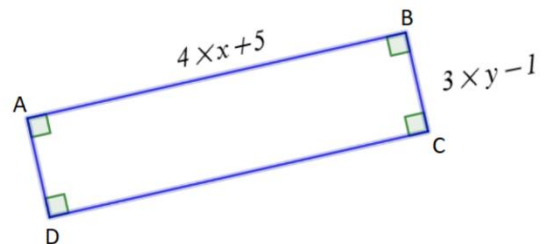
$$\text{ABCD est } \mathcal{A} = (4 \times x + 5) \times (3 \times y - 1)$$

$$\text{Pour } x = 4 \text{ et } y = 2, \mathcal{A} = (4 \times 4 + 5) \times (3 \times 2 - 1)$$

$$= (16 + 5) \times (6 - 1)$$

$$= 21 \times 5$$

$$= 105$$



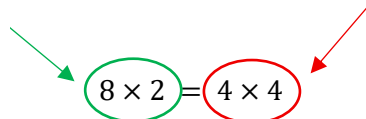
L'aire du rectangle ABCD est égale 105 pour $x = 4$ et $y = 2$.

3- Tester une égalité

Définition

- Une **égalité** est constituée de deux membres séparés par un signe « = ».
- Une **égalité est vraie** quand les deux membres ont la même valeur.

Exemple

Membre de gauche  Membre de droite

Propriété

Une égalité où sont impliquées des expressions littérales peut être vraie pour certaines valeurs attribuées aux lettres et fausse pour d'autres.

Méthode : Pour tester une égalité pour une valeur donnée :

- On remplace la lettre par cette valeur dans chaque membre de l'égalité ;
- On observe si les deux membres sont égaux ;
- On conclut.

Exemple : Tester l'égalité $3 \times x - 1 = 2 \times x + 1$ pour $x = -2$ puis pour $x = 2$.

$$\text{Pour } x = -2 \left\{ \begin{array}{l} 3 \times x - 1 = 3 \times (-2) - 1 = -6 - 1 = -7 \\ 2 \times x + 1 = 2 \times (-2) + 1 = -4 + 1 = -3 \end{array} \right.$$

Comme $-7 \neq -3$ alors cette égalité est fausse pour $x = -2$.

$$\text{Pour } x = 2 \left\{ \begin{array}{l} 3 \times x - 1 = 3 \times 2 - 1 = 6 - 1 = 5 \\ 2 \times x + 1 = 2 \times 2 + 1 = 4 + 1 = 5 \end{array} \right.$$

Les deux membres de l'égalité ont la même valeur donc l'égalité est vraie pour $x = 2$.

4- Simplifier une expression littérale

Convention

Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe « × » lorsqu'il est placé :

- devant ou derrière une lettre ;
- devant ou derrière une parenthèse

Exemples

- $3 \times y = 3y$
- $x \times 2 = 2x$ (ne pas écrire $x2$)
- $x \times y = xy$
- $2 \times (a + 4) = 2(a + 4)$; on lit 2 facteur de $a+4$.
- $-7 \times (3 \times x + 1) = -7(3x + 1)$

Propriétés

Soient a, b et x trois nombres

- Une somme de la forme $ax + bx$ peut s'écrire $(a + b)x$.
- Une différence de la forme $ax - bx$ peut s'écrire $(a - b)x$.
- On peut modifier l'ordre des facteurs dans un produit de plusieurs facteurs.

Exemples

$$\begin{aligned} A &= 7x + 2x \\ &= (7 + 2)x \\ &= 9x \end{aligned}$$

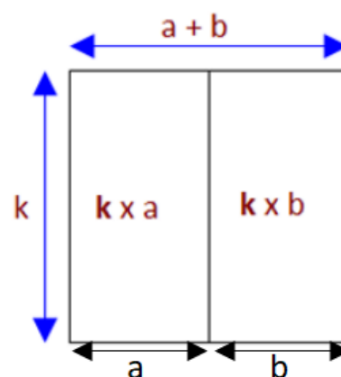
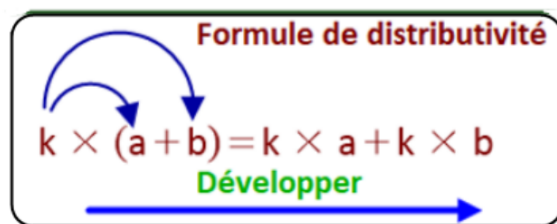
$$\begin{aligned} B &= 4x - 2x \\ &= (4 - 2)x \\ &= 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 4 \times x \times 5 \\ &= 4 \times 5 \times x \\ &= 20x \end{aligned}$$

I- Développer, factoriser et réduire une expression littérale**1) Développer une expression littérale****Définition**

Développer un produit c'est le transformer en une somme.

On considère k, a et b trois nombres relatifs



Exemples**Développer**

$$1) A = 3x(x + 5)$$

$$A = 3x \times x + 3x \times 5$$

$$A = 3x^2 + 15x$$

$$2) B = 4(2 - 5x)$$

$$B = 4 \times 2 + 4 \times (-5x)$$

$$B = 8 - 20x$$

2) Factoriser une expression littéraleDéfinition

Factoriser une somme c'est la transformer en un produit.

$$1) A = 7x + 5x$$

$$A = x(7 + 5)$$

$$A = 12x$$

$$4) B = 2x^2 + 8x$$

$$B = 2 \times x \times x + 4 \times 2 \times x$$

$$B = 2x(x + 4)$$

3) Réduire une expression littéraleDéfinition

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le minimum de termes.

Exemple

$$\text{On veut réduire : } A = 2x^2 + 4 + 3x - 7x^2 - 9x - 6$$

$$A = 2x^2 + 4 + 3x - 7x^2 - 9x - 6$$

$$A = 2x^2 - 7x^2 + 3x - 9x + 4 - 6$$

$$A = (2 - 7)x^2 + (3 - 9)x - 2$$

$$A = -5x^2 - 6x - 2$$

On regroupe les termes de même nature :
termes en " x^2 ", en " x " et les constantes

On Réduit l'expression, on utilise la factorisation

l'expression réduite de A

II- Somme et différence d'expressions littéralesDéfinition

L'expression opposée d'une expression littérale est la somme des opposés de chacun de ses termes.

Exemples

$$\text{L'opposé de } 3x^2 - 4x + 5 \text{ est } -3x^2 + 4x - 5$$

$$\text{L'opposé de } -9x^2 + 2x - 1 \text{ est } 9x^2 - 2x + 1$$

Propriétés

- Additionner une expression littérale à une autre expression littérale, revient à ajouter chacun de ses termes.
- Soustraire une expression littérale à une autre expression littérale, revient à ajouter son expression opposée.

Exemples

$$A = (14x^2 + 5x - 7) + (2x - 5)$$

$$A = 14x^2 + 5x - 7 + 2x - 5$$

$$A = 14x^2 + 5x + 2x - 7 - 5$$

$$A = 14x^2 + 7x - 12$$

$$B = (14x^2 + 5x - 7) - (2x - 5)$$

$$B = (14x^2 + 5x - 7) + (-2x + 5)$$

$$B = 14x^2 + 5x - 7 - 2x + 5$$

$$B = 14x^2 + 5x - 2x - 7 + 5$$

$$B = 14x^2 + 3x - 2$$