

Géométrie dans l'espace

I- Repérage dans un parallélépipède rectangle ou (pavé droit)

Définition :

Un parallélépipède rectangle peut définir un repère de l'espace. Dans un parallélépipède rectangle, un repère est formé par trois arêtes ayant un sommet commun appelé l'origine du repère.

Tout point M d'un parallélépipède rectangle est repéré par trois nombres, ce sont ses coordonnées : l'**abscisse** (x_M), l'**ordonnée** (y_M) et l'**altitude** (z_M).

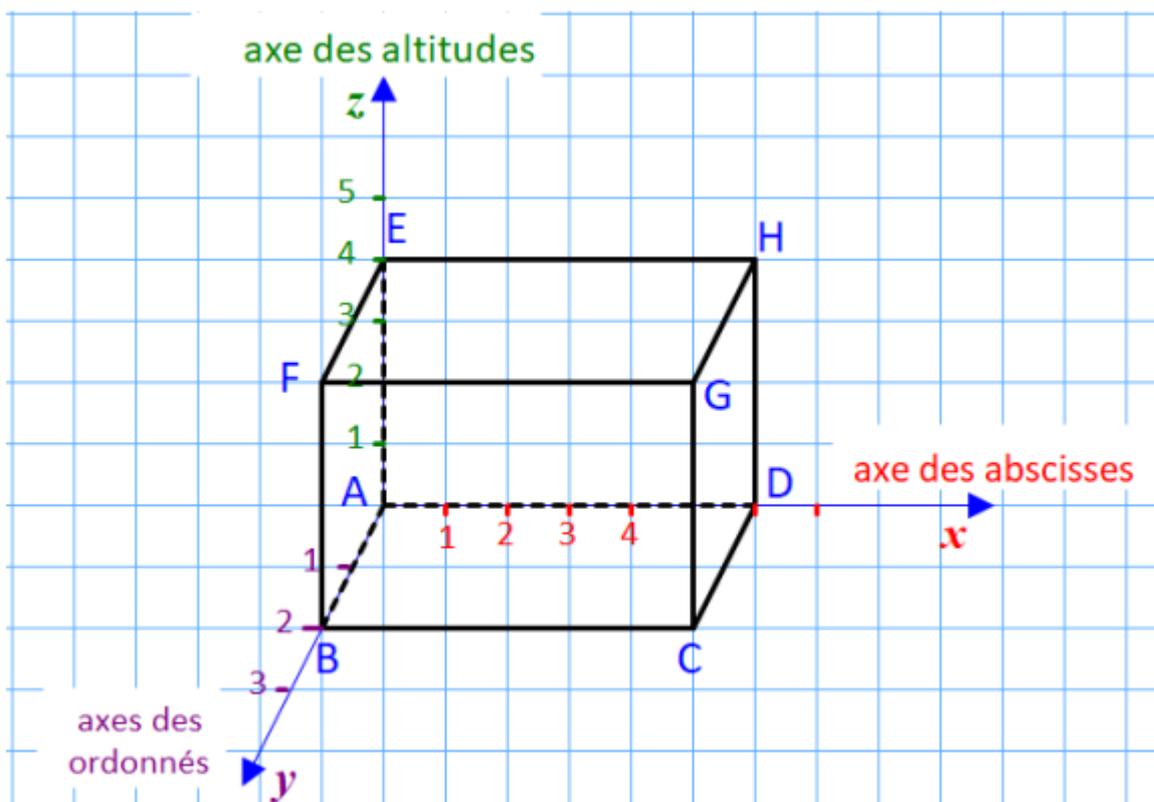
Exemple

ABCDEFGH est parallélépipède rectangle. Dans le repère tracé ci-contre, A est l'origine du repère.

La droite (Ax) est l'axe des abscisses

La droite (Ay) est l'axe des ordonnées

La droite (AE) est l'axe des altitudes.



On peut lire les coordonnées des points A,B,C,D,E,F,G et H :

A(0 ; 0 ; 0) **B**(0 ; 2 ; 0) **C**(6 ; 2 ; 0) **D**(6 ; 0 ; 0)

E(0 ; 0 ; 4) **F**(0 ; 2 ; 4) **G**(6 ; 2 ; 4) **H**(6 ; 0 ; 4)

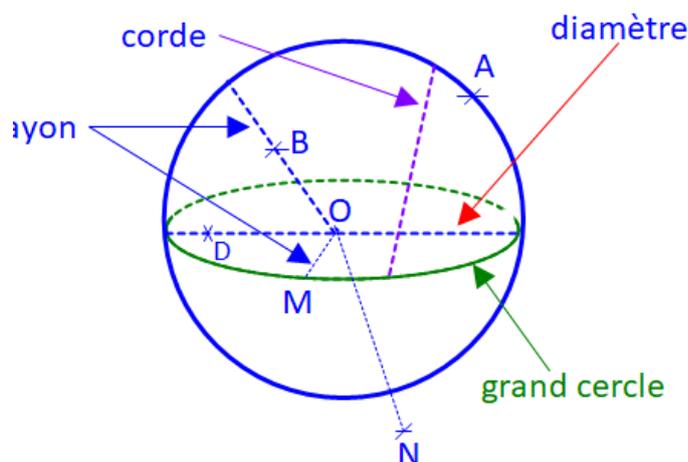
II- Sphère et boule

1) Définitions

- Une **Sphère** de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M de l'espace tel que $OM = R$.
- Une **Boule** de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M de l'espace tel que $OM \leq R$.

Exemple

- Cette sphère a pour centre O et pour rayon OM.
- Un grand cercle de la sphère est un cercle de centre O et de rayon OM.
- Un diamètre de la sphère est un segment qui joint deux points de la sphère et qui passe par O.
- Les points A et M appartiennent à la sphère.
- Les points B et D appartiennent à la boule.
- Une sphère est une surface, elle est « creuse ».
- Une boule est un solide, elle est « pleine ».



2) Propriétés

- L'aire d'une sphère de rayon R est donné par la formule suivante : $\mathcal{A} = 4 \pi R^2$
- Le volume d'une boule est donné par la formule suivante : $\mathcal{V} = \frac{4 \pi R^3}{3}$

3) Coordonnées géographiques

Pour repérer un point sur la Terre, on le situe à l'intersection d'un méridien et d'un parallèle.

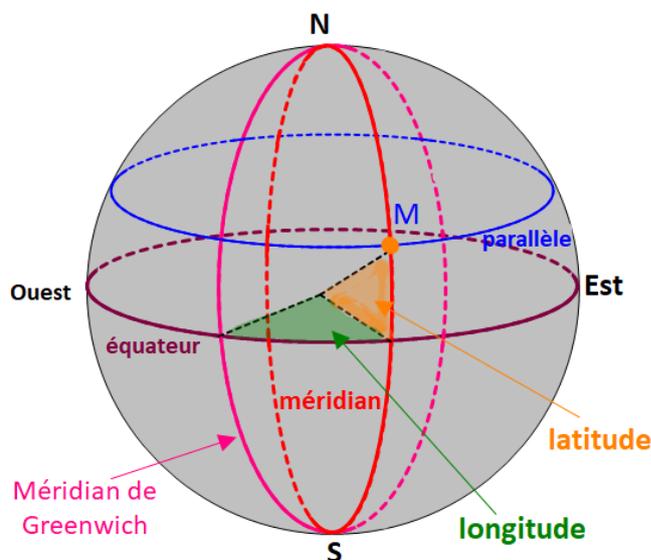
Chaque parallèle est repéré par un parallèle de référence : **l'équateur**.

Chaque méridien est repéré par rapport à un méridien de référence : **le méridien de Greenwich**.

On peut repérer un point M sur la surface de la terre par deux coordonnées qui correspondent à des mesures d'angles : sa **latitude** et sa **longitude**.

La latitude d'un parallèle est comprise entre 0° et 90° , on indique un sens pour dire si le parallèle est entre l'équateur et le pôle Nord ou entre l'équateur et le pôle Sud.

La longitude d'un méridien est un angle compris entre 0° et 180° , on indique un sens pour dire si le méridien est à l'Est ou à l'Ouest du Méridien de Greenwich.



Exemple

Les coordonnées des points A,B ,C, D et E :

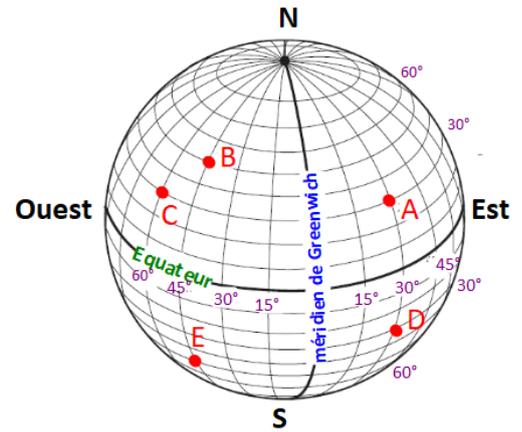
A : latitude : 30° Nord ; longitude 30° Est

B : latitude 50° Nord ; 45° Ouest

C : latitude 30° Nord ; longitude 60° Ouest

D : latitude 30° Sud ; longitude 30° Est

E : latitude 50° Sud ; longitude 45° Ouest



III- Les solides : perspective, patron et volume

1) Polyèdre

Définition

Un polyèdre est un solide dont les faces sont des polygones.

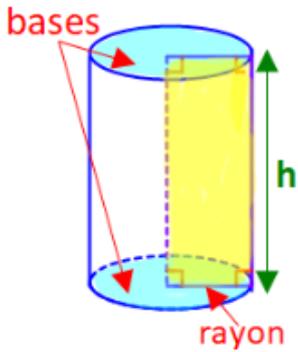
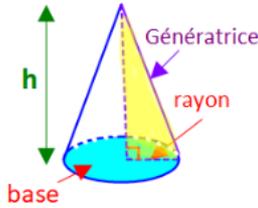
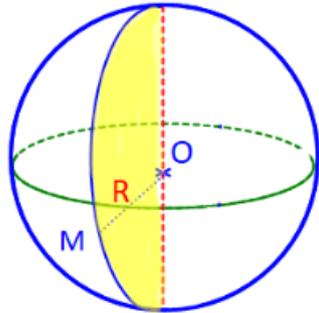
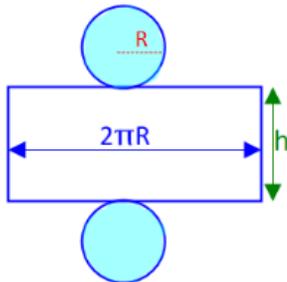
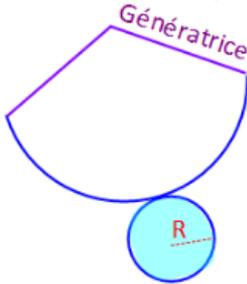
- Les côtés de ces polygones sont les arêtes de ce solide.
- Les côtés sont délimités par les sommets de ce solide.

Solide	Prisme droit	Pyramide
Description	*Deux faces parallèles et superposables en forme de polygone : ce sont les bases. *Toutes les faces latérales sont rectangulaires. *Le pavé droit et le cube sont des cas particuliers où toutes les faces sont des rectangles.	*Un sommet et une base polygonale. *Les faces latérales sont rectangulaires.
Perspective cavalière		
Patron		
Volume	$V = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$	$V = \frac{1}{3} \times \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$

2) Solide de révolution

Définition

Un solide de révolution est un solide généré par une rotation autour d'un axe appelé axe de révolution.

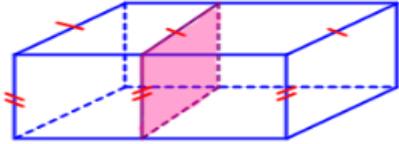
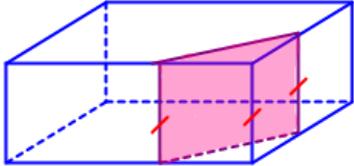
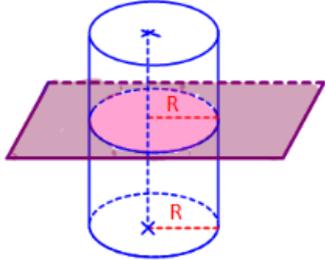
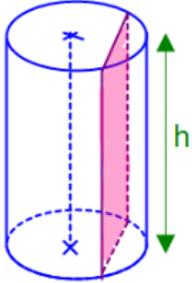
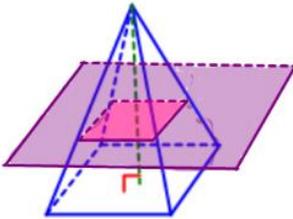
Solide	Cylindre	Cône	Sphère et boule
Description	<ul style="list-style-type: none"> * Les bases sont des disques parallèles. * Une surface latérale * Générée par la rotation d'un rectangle 	<ul style="list-style-type: none"> * La base est un disque. Une surface latérale ----- * Générée par la rotation d'un triangle rectangle 	<ul style="list-style-type: none"> * Sphère de centre O et de rayon R : ensemble des points M de l'espace tel que $OM = R$. * Boule : ensemble des points M de l'espace tel que $OM \leq R$. * Générée par la rotation d'un demi-cercle (sphère) et demi-disque (boule).
Perspective cavalière			
Patron			Pas de patron !
Volume	$V = Aire_{base} \times h$ $V = \pi \times R^2 \times h$	$V = \frac{1}{3} Aire_{base} \times h$ $V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$	$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

Propriété

Soit k un nombre positif.

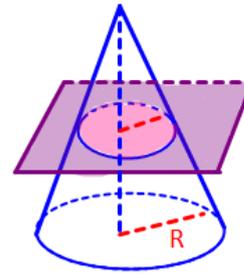
Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k , les aires sont multipliées par k^2 et les volumes sont multipliés par k^3 .

IV- Sections planes de solides

Propriétés	Exemples
Parallélépipède rectangle	
La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à l'une de ses faces est un rectangle de mêmes dimensions que cette face.	
La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une arête est un rectangle dont l'une de ses dimensions est la longueur de cette arête.	
Cylindre	
La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'une de ses bases est un cercle de même rayon que la base.	
La section d'un cylindre par un plan perpendiculaire à l'une de ses bases est un rectangle dont l'une de ses dimensions est la hauteur du cylindre.	
Pyramide	
La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de la base. Ses dimensions sont multipliées par k et son aire par k^2 . K est le rapport de réduction.	

Cône

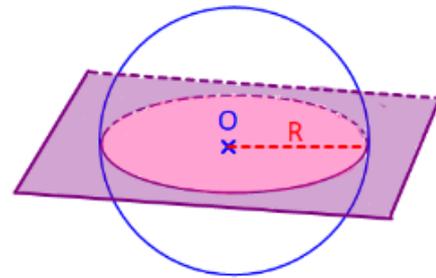
La section d'un cône par un plan parallèle à sa base est une réduction de la base.



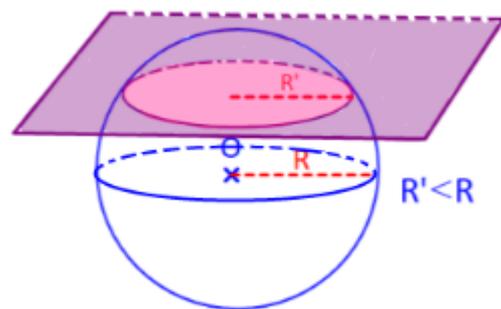
Sphère

La section d'une sphère par un plan est un cercle.

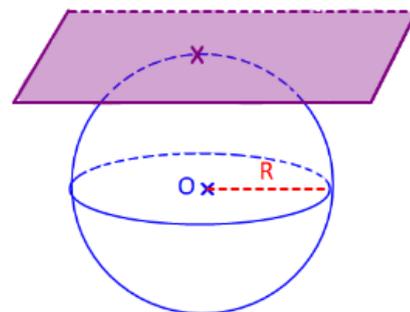
1^{er} cas : Le plan passe par le centre de la sphère.
La section est appelée grand cercle et est de même rayon que la sphère.



2^{ème} cas : Le plan ne passe pas par le centre de la sphère.
La section est un cercle dont le rayon est plus petit que le rayon de la sphère.



3^{ème} cas : Le plan est tangent à la sphère.
La section est réduite à un point.



V- Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les aires et les volumes**Propriété :**

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

- L'aire est multipliée par k^2
- Le volume d'un solide est multiplié par k^3 .

Exemple :