Correction – Arithmétique

Exercice 1 :

1)

La bonne réponse est la réponse b.

$$\begin{array}{r|l} 724 & 5 \\ \hline -5 & 144 \\ 22 & \\ -20 & \\ \hline 24 & \\ -20 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

724 = 5 x 144 +4

2) 25 x 17 + 4 = 429. Le dividende de cette division euclidienne est égal à 429.

3) 1 236 est divisible par car son chiffre des unités est pair.

1 236 est divisible par 3 car la somme de ses chiffres (1+2+3+6=12) est un multiple de 3. Il n'est pas divisible par 9 car 12 n'est pas un multiple de 9.

1 236 est divisible par 4 car le nombre constitué de ses deux derniers chiffres (36) est un multiple de 4. Ou car il est 2 fois divisible par 2.

Exercice 2 :

a) 6 est divisible par 2 et il n'est pas divisible par 4. Cette affirmation est fausse.

b) Tout nombre divisible par 4 doit être deux fois divisible par 2. Cette affirmation est vraie.

Avec le calcul littéral : Soit n un nombre entier divisible par 4. Donc il existe un entier p tel que n = 4 x p.

n = 4 x p = 2 x (2xp), or 2xp est un entier d'où n est divisible par 2.

c) 12 est divisible par 3 mais il n'est pas divisible par 9. Cette affirmation est fausse.

d) Tout nombre divisible par 9 doit être deux fois divisible par 3. Cette affirmation est vraie.

Avec le calcul littéral : Soit n un nombre entier divisible par 9. Donc il existe un entier p tel que n = 9 x p.

n = 9 x p = 3 x (3xp), or 3xp est un entier d'où n est divisible par 3.

e) Tout nombre divisible par 10, son chiffre des unités est égal à 0. Ce nombre est donc aussi divisible par 5. Cette affirmation est vraie.

f) 15 est divisible par 5 mais il n'est pas divisible par 10. Cette affirmation est fausse.

Exercice 3 :

a) Les diviseurs de 64 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 et 64.

Les diviseurs de 36 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 et 36.

Le plus grand diviseur commun de 36 et 64 est 4.

a) $\frac{36}{64} = \frac{4\times9}{4\times16} = \frac{9}{16}$.

Exercice 4 :

1)

$$2 \xrightarrow{+4} 6 \xrightarrow{+\,2\times 2} 4 \xrightarrow{-\,1} 3$$

$$3 \xrightarrow{+4} 7 \xrightarrow{+\,2\times 3} 13 \xrightarrow{-\,1} 12$$

$$4 \xrightarrow{+4} 8 \xrightarrow{+\,2\times 4} 16 \xrightarrow{-\,1} 15$$

2) *Soit x un nombre entier naturel.*

$$x \xrightarrow{+4} x+4 \xrightarrow{+\,2x} 3x+4 \xrightarrow{-\,1} 3x+3$$

$3x+3 = 3(x+1)$. *Comme* $(x+1)$ *est un nombre entier naturel alors* $3(x+1)$ *est un multiple de* 3.

Exercice 5 :

a) 258 n'est pas un nombre premier car il est divisible par2.

b) 1 881 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 9.

c) 12 543 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 3.

d) 915 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 3.

e) 12 125 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 5.

Exercice 6 :

a) $1\,260 = 2\times 2\times 3\times 5\times 7$

$\quad = 2^2 \times 3\times 5\times 7$

b) $1\,940 = 2\times 2\times 3\times 3\times 5\times 7$

$\quad = 2^2 \times 3^2 \times 5\times 7$

c) $924 = 2\times 2\times 3\times 7\times 11$

$\quad = 2^2 \times 3\times 7\times 11$

$$\begin{array}{r|l} 1\,260 & 2 \\ 630 & 2 \\ 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2\,940 & 2 \\ 1\,470 & 2 \\ 735 & 3 \\ 245 & 5 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 924 & 2 \\ 462 & 2 \\ 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

Exercice 7 :

1) 1 280 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 5 = $2^8 \times 5$.

512 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 2^9.

2) $$\frac{512}{1280} = \frac{2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2}{2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 5} = \frac{2}{5}$$

Exercice 8 :

1) $On\ a\ 108 = 12 \times 9\ \ et\ 360 = 12 \times 30.$ Le fleuriste peut constituer 12 bouquets et chaque bouquet est constitué de 9 tulipes et 30 roses.

   $On\ a\ 108 = 18 \times 6\ \ et\ 360 = 18 \times 20.$ Le fleuriste peut constituer 18 bouquets et chaque bouquet est constitué de 6 tulipes et 20 roses.

2) $108 = \mathbf{2} \times \mathbf{2} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} \times 3$

   $360 = \mathbf{2} \times \mathbf{2} \times \mathbf{2} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} \times 5$

   Le plus grand diviseur commun est $\mathbf{2} \times \mathbf{2} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} = \mathbf{36.}$ Le nombre maximum de bouquets que peut constituer ce fleuriste est 36. Chaque bouquet est composé de 3 tulipes et 10 roses.

Exercice 9 :

1) $4 = 2 \times 2 = 2^2$. Donc le plus petit multiple de 4 et 7 est $2^2 \times 7 = 28$. Au bout de la 28ème seconde les lumières vertes et rouges s'allument simultanément pour la première fois.

2) $4 = 2 \times 2 = 2^2$, $12 = 2 \times 23 \quad et\ 7\ est\ un\ nombre\ premier.$

   $Le\ plus\ petit\ multiple\ commun\ de\ 4\ ,7\ et\ 12\ est\ 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84.$ Donc au bout de la 84ème seconde les trois couleurs seront allumées en même temps, et pour la première fois.

Exercice 10 :

1) La roue B tourne dans le sens antihoraire et la roue C tourne dans le sens horaire.

2) On cherche le plus petit multiple commun des nombres 16, 24 et 36.

$\mathbf{16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4}$

$\mathbf{24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3}$

$\mathbf{36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2}$

Le plus petit multiple commun de 16, 24 et 36 est $2^4 \times 3^2 = 144$.

$144 \div 24 = 6 \qquad 144 \div 16 = 9 \qquad 144 \div 36 = 4.$

Quand la roue A aurait fait 6 tours, la roue B aurait fait 9 tours et la roue C aurait fait 4 tours cet engrenage sera de nouveau, et pour la première fois dans la même position.