Exercices Brevet – Th de Pythagore - Corrigé

Exercice 1 : *D'après Brevet*

Affirmation 1

Seul le côté le plus long peut être l'hypoténuse. Or :
$97^2 = (100-3)^2 = 100^2 + 3^2 - 2 \times 100 \times 3 = 10000 + 9 - 600 = 9409$;
$65^2 + 72^2 = 4225 + 5184 = 9409$.
Donc $9403 = 4225 + 5180$, soit $BC^2 = BA^2 + AC^2$: la réciproque du théorème de Pythagore est vraie, donc ABC est rectangle en A.

Affirmation 2

« Le triangle ABC avec $AB = 4,5$ cm, $BC = 6$ cm et $AC = 7,5$ cm est rectangle en B ».
Dans le triangle ABC, $[AC]$ est le côté le plus long.

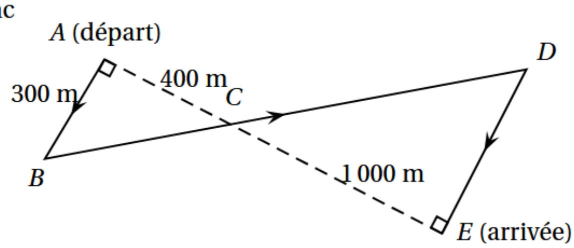
$AC^2 = 7,5^2 = 56,25$ | $AB^2 + BC^2 = 4,5^2 + 6^2 = 24,75 + 36 = 56,25$

On a bien $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc d'après **la réciproque** du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.
Ainsi, l'affirmation 5 est vraie.

Affirmation 3

1. L'affirmation est **Vraie**.
   Justification : Dans le triangle ABC, le côté le plus long est le côté [AB].
   On a d'une part : $AB^2 = 7,5^2 = 56,25$ et, d'autre part : $AC^2 + BC^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25$.
   On a donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$, donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle ABC est rectangle (en C).

Exercice 2 : *Brevet Wallis et Futuna, décembre 2017*



1. Le triangle ABC est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore :
   $BC^2 = BA^2 + AC^2$
   $BC^2 = 300^2 + 400^2$
   $BC^2 = 90000 + 160000$
   $BC^2 = 250000$
   $BC = 500$ m.
2. Les triangles ABC et CDE ont deux angles de même mesure : l'angle droit et l'angle au sommet C, ils sont donc semblables.
   Le triangle CDE est un agrandissement du triangle ABC.
   Si k est le coefficient d'agrandissement, alors on a :
   $1000 = k \times 400$; $ED = k \times 300$ et $CD = k \times 500$
   Avec la première égalité, on obtient $k = \dfrac{1\,000}{400}$, soit $k = 2,5$.
   Avec la deuxième égalité, on obtient $ED = 2,5 \times 300$, soit $ED = 750$ m.
3. Avec la troisième égalité, on obtient $CD = 2,5 \times 500$, soit $CD = 1\,250$ m.
   $300 + 500 + 1\,250 + 750 = 2\,800$.
   La longueur réelle du parcours $ABCDE$ est égale à 28 000 m.

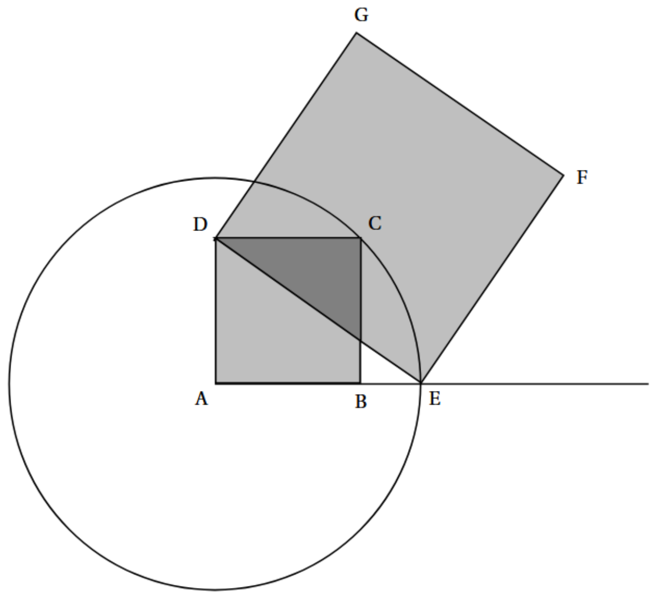
Exercice 3 : *Brevet Pondichéry, avril 2016*

1. Le triangle ABC est rectangle en B; le théorème de Pythagore permet d'écrire :
   $AC^2 = AB^2 + BC^2$ soit $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 7,5^2 - 6^2 = 56,25 - 36 = 20,25$,
   d'où $BC = \sqrt{20,25} = 4,5$ (km).

   Puis $CD = BG - BC - DG = 12,5 - 4,5 - 7 = 1$ (km).
   Enfin $GE = GF - FE = 6 - 0,750 = 5,25$ (km).
   Le théorème de Pythagore appliqué au triangle DGE s'écrit :
   $DE^2 = DG^2 + GE^2 = 7^2 + 5,25^2 = 76,5625$; donc $DE = \sqrt{76,5625} = 8,75$ (km).
   Le trajet a donc une longueur de :
   $6 + 4,5 + 1 + 8,75 + 0,75 = 21$ (km).
2. Pour faire ces 21 km il faut à l'hélicoptère : $21 \times 1,1 = 23,1$ litres de carburant. Donc le pilote ne doit pas faire confiance à l'inspecteur.

Exercice 4 : *Brevet Amérique du Nord, juin 2017*

1.



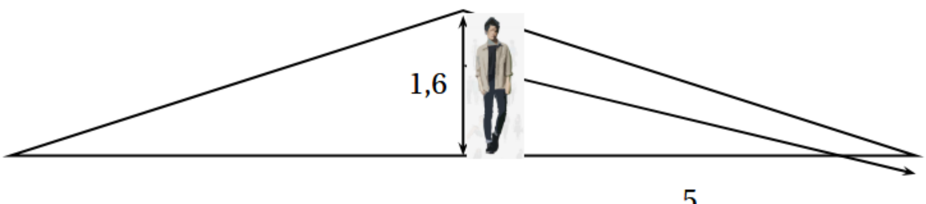
2. a. ABCD est un carré, donc ABC est un triangle rectangle isocèle en B. Le théorème de Pythagore permet d'écrire :
   $AB^2 + BC^2 = AC^2$, soit $10^2 + 10^2 = AC^2$ ou $AC^2 = 200$, donc $AC = \sqrt{200}$.
   b. E appartient au cercle de centre A et de rayon AC, donc $AE = AC = \sqrt{200}$.
   c. ABCD étant un carré, le triangle AED est rectangle en A et le théorème de Pythagore s'écrit :
   $DA^2 + AE^2 = ED^2$, soit $10^2 + \left(\sqrt{200}\right)^2 = 100 + 200 = 300$, qui est égale à l'aire du carré DEFG; comme l'aire du carré ABCD est égale à $10^2 = 100$, on a bien aire(DEFG)$= 3\times$ aire (ABCD).
3. Comme $48 = 3 \times 16$, l'aire du carré ABCD est égale à 16 cm^2 ; or 16 est le carré de 4. Il faudra prendre une longueur $AB = 4$.

Exercice 5 : *Brevet Nouvelle–Calédonie, décembre 2018*

Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore s'écrit :
$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 59^2 + 198^2 = 3\,481 + 39\,204 = 42\,685$.
Donc $AC = \sqrt{42\,685} \approx 206,6$ cm soit 2,066 m. Allan ne peut redresser le réfrigérateur en position verticale.

Exercice 6 : *Brevet Nouvelle–Calédonie, décembre 2020*

1. Le triangle ABC étant rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :
   $AB^2 + BC^2 = AC^2$, soit $5^2 + BC^2 = 5,25^2$ ou encore $BC^2 = 5,25^2 - 5^2 = 2,5625 \approx 1,60078$ soit 1,6 m au dixième près.
2. Si la corde est tendue en son milieu on a la figure suivante composée de deux triangles rectangles identiques à celui de la question **1.** :



Comme $1,55 < 1,60$, Melvin qui mesure 1,55 m pourra passer sous cette corde sans se baisser en la soulevant par le milieu.

Exercice 7 : *Brevet Métropole La Réunion, septembre 2021*

1. 10 % de 139,90 est égal à $139,9 \times 0,1 = 13,99$ (€) de réduction.
2. pas à l'échelle.
   L'étagère a été montée à plat sur le sol de la pièce; elle est donc en position 1.
   On veut s'assurer qu'elle ne touchera pas le plafond au moment de la relever pour atteindre la position 2.
   On ne dispose d'aucun instrument de mesure.
   Avec les données du schéma précédent, vérifier que l'étagère ne touchera pas le plafond. Le triangle ABC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore :
   $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 0,8^2 + 2,25^2 = 0,64 + 5,0625 = 5,7025$. On en déduit que $AC = \sqrt{5,7025} \approx 2,388 < 2,40$.
   On a donc $AE < 2,40$: l'étagère passe (juste!)